



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2017년04월18일
 (11) 등록번호 10-1727491
 (24) 등록일자 2017년04월11일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
 G05B 17/02 (2006.01)
 (52) CPC특허분류
 G05B 17/02 (2013.01)
 (21) 출원번호 10-2015-0138745
 (22) 출원일자 2015년10월01일
 심사청구일자 2015년10월01일
 (65) 공개번호 10-2017-0039512
 (43) 공개일자 2017년04월11일
 (56) 선행기술조사문헌
 논문(2012.08.)
 웹페이지(2013.04.)
 논문(2011.11.)

(73) 특허권자
 한밭대학교 산학협력단
 XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
 (72) 발명자
 김도완
 XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
 (74) 대리인
 특허법인충정

전체 청구항 수 : 총 6 항

심사관 : 강석제

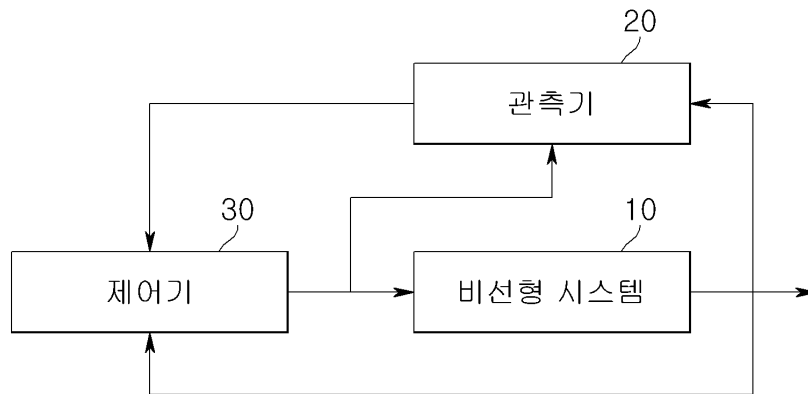
(54) 발명의 명칭 **직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치 및 그 방법**

(57) 요약

본 발명은 제어 장치 및 그 방법에 관한 것으로, 특히 외란과 불확실성을 포함한 비선형 시스템을 안정화하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치 및 그 방법에 관한 것이다.

또한, 본 발명에 따르면, 비선형 시스템을 국부적인 T-S 모델로 모델링을 수행하고, 상기 비선형 시스템에서 연산되는 상태 변수를 제로로 만들기 위한 제어 입력을 연산하는 제어기; 및 상기 제어 입력 및 상태 변수를 이용하여 리아푸노프 함수를 설정하여 비선형행렬부등식을 구성한 후에 선형행렬부등식으로 변환하여 상기 제어기에 추정된 상태 변수를 산출하여 제공하는 루엔버거형 관측기를 포함하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치 및 그 방법이 제공된다.

대표도 - 도1



이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호 1711022985

부처명 미래창조과학부

연구관리전문기관 한국연구재단

연구사업명 신진연구자지원

연구과제명 입력 포화 및 지연을 가지는 비선형 시스템을 위한 최적 디지털 퍼지 제어 기법 연구를 통한 자율 수중글라이더의 최적 운항에 적용.

기여율 1/1

주관기관 한밭대학교

연구기간 2015.05.01 ~ 2016.04.30

공지예외적용 : 있음

명세서

청구범위

청구항 1

삭제

청구항 2

비선형 시스템을 국부적인 T-S 모델로 모델링을 수행하고, 상기 비선형 시스템에서 연산되는 상태 변수를 제로로 만들기 위한 제어 입력을 연산하는 제어기; 및

상기 제어 입력 및 상태 변수를 이용하여 리아푸노프 함수를 설정하여 비선형행렬부등식을 구성한 후에 선형행렬부등식으로 변환하여 상기 제어기에 추정된 상태 변수를 산출하여 제공하는 루엔버거형 관측기를 포함하며,

상기 비선형 시스템은 외란과 불확실성을 포함하며, 관측가능하고, 일정 영역에서 립쉬츠 조건을 만족하며, 비페서로직질 샘플 기간 동안 균등 샘플링이 가능한 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치.

청구항 3

삭제

청구항 4

비선형 시스템을 국부적인 T-S 모델로 모델링을 수행하고, 상기 비선형 시스템에서 연산되는 상태 변수를 제로로 만들기 위한 제어 입력을 연산하는 제어기; 및

상기 제어 입력 및 상태 변수를 이용하여 리아푸노프 함수를 설정하여 비선형행렬부등식을 구성한 후에 선형행렬부등식으로 변환하여 상기 제어기에 추정된 상태 변수를 산출하여 제공하는 루엔버거형 관측기를 포함하며,

상기 관측기는 비선형행렬부등식을 슈어 여수법, 합동 변환을 사용하여 선형행렬부등식으로 변환하며,

상기 관측기는 주어진 임의의 정방행렬 X 와 양한정 행렬 $P=P^T>0$ 에 대하여,

$$-X^T P^{-1} * \preceq P - \text{He} \{X\}$$

를 이용하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치.

청구항 5

(A) 제어기가 비선형 시스템을 국부적인 T-S 모델로 모델링을 수행하는 단계;

(B) 이산 시간 관측기를 설계하고, 퍼지 제어기를 설계하는 단계;

(C) 이산 시간 모델을 유도하고 오차 행렬을 유도하여 리아푸노프 함수를 설정하는 단계; 및

(D) 비선형행렬부등식을 선형행렬부등식으로 변환하여 관측기 이득행렬과 여유 변수 행렬 그리고 제어 이득행렬을 산출하는 단계를 포함하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 방법.

청구항 6

청구항 5항에 있어서,

상기 비선형 시스템은 외란과 불확실성을 포함하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 방법.

청구항 7

청구항 5항에 있어서,

상기 (B) 단계는

(B-1) 제어기에 추정된 상태 변수를 제공하는 루엔버거형 이산 시간 관측기를 설계하는 단계; 및

(B-2) 구간 일정 신호를 구비한 퍼지 제어를 설계하는 단계를 포함하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 방법.

청구항 8

청구항 5항에 있어서,

상기 (D) 단계의 비선형행렬부등식은 슈어 여수법과 합동 변환을 사용하여 선형행렬부등식으로 변환하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 방법.

발명의 설명

기술 분야

[0001] 본 발명은 제어 장치 및 그 방법에 관한 것으로, 특히 외란과 불확실성을 포함한 비선형 시스템을 안정화하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치 및 그 방법에 관한 것이다.

배경 기술

[0002] 정보기술시대에 있어서 비선형제어시스템 관련 스위칭 제어 문제와 더불어 샘플 데이터 제어 문제는 많은 연구적 가치가 있다.

[0003] 그 중에서 활발한 연구 분야는 타카기-수게노 (Takagi-Sugeno: T-S) 모델 기반의 비선형 시스템의 H_{∞} 샘플 데이터 제어기에 관한 것으로 이하의 세가지 방법으로 접근하고 있다.

[0004] 그 첫번째는 연속 및 이산 시간 모델의 결합에 의한 샘플 데이터 동역학으로 샘플치 제어기의 설계로 나타난다. 그러나, 상기 설계 환경은 선형행렬부등식(LMIs: Linear Matrix Inequalities)의 형식이 아니라 점프를 갖는 미분형태의 비선형행렬부등식이다.

[0005] 그 결과, 리설팅(resulting) 제어기의 온라인 장비에 있어서 계산상의 부담을 악화시킨다.

[0006] 다음으로 잘 알려진 접근 방법은 직접 이산 설계이다. 이 기술은 샘플 데이터 동역학 기반으로 이산 프레임의 샘플 데이터 제어기에 기반한 설계 기법이다. 대부분의 비선형 리설트(results)는 이러한 계통에 포함되며, 비선형 초기치의 일반적인 해결 불가능한 근사 이산 모델에 근거를 두고 있다. 바람직하지 않게 상기 근사 모델 기반 제어기는 동작 스테이지에서 실제 샘플 데이터 페루프 시스템을 불안정하게 하며, 이와 달리 그 근사 이산 페루프 모델은 통합 스테이지에서 점근 안정을 가져온다.

[0007] 마지막으로, 세번째 접근 방법은 최근에 개발되었으며 입력 지연 접근으로, 샘플 데이터 동역학을 등가 연속 시간 입력 지연 모델로 변환하며, 기본적으로 분석과 통합이 순수 연속 시간 프레임에서 진행된다.

[0008] 이러한 설계 기법은 불확실성 및/또는 실시간 지연을 갖는 T-S 퍼지 시스템의 강인 H_{∞} 퍼지 제어 문제를 해결하며, 이에 따라 상당히 성공적인 응용이 여러 산업 분야에서 나타나며, 일례로 차량 현가 시스템에 나타난다.

[0009] 그러나, 주목할만하게도 비록 산업계의 관점에서 출력 피드백이 정적 피드백보다 더 선호되지만, 대부분의 정밀한 연구 결실은 정적 피드백인 경우에 나타난다.

[0010] 따라서, 입력 지연 접근은 관측기 기반 출력 피드백에 정밀한 방법으로 확장 적용하기 어렵다고 판단된다. 샘플 데이터 제어 프레임에 있어서, 오직 사용가능한 정보가 샘플 측정 출력이기 때문에 관측기는 본래 이산적으로 계산 가능한 형식으로 구현된다. 그 결과, 설계자는 비선형 플랜트의 이산 모델에 더욱더 의존하게 된다.

선행기술문헌

비특허문헌

[0011] (비특허문헌 0001) Fridman, E., Seuret, A., & Richard, J.P. (2004). Robust sampled-data stabilization

of linear systems: An input delay approach. *Automatica*, 40, 1441-1446.

(비특허문헌 0002) Gu, K. (2000). An integral inequality in the stability problem of time-delay systems. In *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control* (pp. 2805-2810). Sydney, Australia: IEEE.

(비특허문헌 0003) Guerra, T.M., & Vermeiren, L. (2004). LMI-based relaxed non-quadratic stabilization conditions for nonlinear systems in the Takagi-sugeno's form. *Automatica*, 40, 823-829.

(비특허문헌 0004) Katayama, H., & Ichikawa, A. (2004). H^∞ control for sampled-data nonlinear systems described by Takagi-sugeno fuzzy systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 148(3), 431-452.

(비특허문헌 0005) Kim, D.W., & Lee, H.J. (2009). Stability connection between sampled-data fuzzy control systems with quantization and their approximate discrete-time model. *Automatica*, 45, 1518-1523.

(비특허문헌 0006) Kim, D.W., Lee, H.J., & Tomizuka, M. (2010). Fuzzy stabilization of nonlinear systems under sampled-data feedback: An exact discrete-time model approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 18, 251-260.

(비특허문헌 0007) Kim, D.W., Park, J.B., & Joo, Y.H. (2007). Effective digital implementation of fuzzy control systems based on approximate discrete-time models. *Automatica*, 43(10), 1671-1683.

(비특허문헌 0008) Lee, H.J., & Kim, D.W. (2008). Intelligent digital redesign revisited: Approximate discretization and stability limitation. *Fuzzy Sets and Systems*, 159, 3221-3231.

(비특허문헌 0009) Lee, H.J., Park, J.B., & Joo, Y.H. (2005). Digitalizing a fuzzy observer-based output-feedback control: Intelligent digital redesign approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 13(5), 701-716.

(비특허문헌 0010) Li, H., Jing, X., Lam, H.K., & Shi, P. (2013). Fuzzy sampled-data control for uncertain vehicle suspension systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 44(7), 1111-1126.

(비특허문헌 0011) Lin, C., Wang, Q.G., & Lee, T.H. (2005). Improvement on observer-based H^∞ control for T-S fuzzy systems. *Automatica*, 41, 1651-1656.

(비특허문헌 0012) Liu, X., & Zhang, Q. (2003). Approaches to quadratic stability conditions and H^∞ control designs for T-S fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 11(6), 830-839.

(비특허문헌 0013) Nguang, S.K., & Shi, P. (2003). Fuzzy H^∞ output feedback control of nonlinear systems under sampled measurements. *Automatica*, 39(12), 2169-2174.

(비특허문헌 0014) Oliveira, J.V.D., Bernussou, J., & Geromel, J.C. (1999). A new discrete-time robust stability condition. *Systems & Control Letters*, 37, 261-265.

(비특허문헌 0015) Peng, C., Han, Q.L., Yue, D., & Tian, E. (2011). Sampled-data robust H^∞ control for T-S fuzzy systems with time delay and uncertainties. *Fuzzy Sets and Systems*, 179(6), 20-23.

(비특허문헌 0016) Tanaka, K., & Wang, H.O. (2001). *Fuzzy control systems design and analysis: A linear matrix inequality approach*. New York, NY: Wiley.

(비특허문헌 0017) Xiang, W., & Xiao, J. (2013). H^∞ control synthesis of switched discrete-time fuzzy systems via hybrid approach. *Optimal Control, Applications and Methods*, 34(6), 635-655.

(비특허문헌 0018) Xiang, W., Xiao, J., & Han, L. (2014). Switching PDC control for discrete-time T-S fuzzy system: A membership function ranking approach. *Journal of the Franklin Institute*, 351(7), 3536-3558.

(비특허문헌 0019) Xiang, W., Xiao, J., & Iqbal, M.N. (2013). H^∞ control for switched fuzzy systems via dynamic output feedback: Hybrid and switched approaches. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 18(1), 1499-1514.

(비특허문헌 0020) Xie, L. (1996). Output feedback H^∞ control of systems with parameter uncertainties. International Journal of Control, 63(4), 741-750.

(비특허문헌 0021) Yang, D., & Cai, K.Y. (2008). Reliable H^∞ nonuniform sampling fuzzy control for nonlinear systems with time delay. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 38(6), 1606-1613.

(비특허문헌 0022) Yoneyama, J. (2010). Robust H^∞ control of uncertain fuzzy systems under time-varying sampling. Fuzzy Sets and Systems, 164(6), 859-871.

(비특허문헌 0023) Yoneyama, J., Nishikawa, M., Katayama, H., & Ichikawa, A.(2001). Design of output feedback controllers for Takagi-Sugeno fuzzy systems. Fuzzy Sets and Systems, 121(1), 127-148.

(비특허문헌 0024) Zhou, S., Feng, G., Lam, J., & Xu, S. (2005). Robust H^∞ control for discrete-time fuzzy systems via basis-dependent Lyapunov functions. Information Sciences, 174(3-4), 197-117.

발명의 내용

해결하려는 과제

[0012] 본 발명은 외란과 불확실성을 포함한 비선형 시스템을 안정화하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치 및 그 방법을 제공하는 데 있다.

과제의 해결 수단

[0013] 본 발명의 일측면은 비선형 시스템을 국부적인 T-S 모델로 모델링을 수행하고, 상기 비선형 시스템에서 연산되는 상태 변수를 제로로 만들기 위한 제어 입력을 연산하는 제어기; 및 상기 제어 입력 및 상태 변수를 이용하여 리아푸노프 함수를 설정하여 비선형행렬부등식을 구성한 후에 선형행렬부등식으로 변환하여 상기 제어기에 추정된 상태 변수를 산출하여 제공하는 루엔버거형 관측기를 포함한다.

[0014] 또한, 본 발명의 일측면의 상기 비선형 시스템은 외란과 불확실성을 포함하며, 관측가능하고, 일정 영역에서 립 쉬츠 조건을 만족하며, 비폐서로직결 샘플 기간 동안 균등 샘플링이 가능하다.

[0015] 또한, 본 발명의 일측면의 상기 관측기는 비선형행렬부등식을 슈어 여수법, 합동 변환을 사용하여 선형행렬부등식으로 변환한다.

[0016] 또한, 본 발명의 일측면의 상기 관측기는 주어진 임의의 정방행렬 X 와 양한정 행렬 $P=P^T>0$ 에 대하여,

$$-X^T P^{-1} * \preceq P - \text{He} \{X\}$$

[0017] 를 이용한다.

[0019] 한편, 본 발명의 다른 측면은 (A) 제어기가 비선형 시스템을 국부적인 T-S 모델로 모델링을 수행하는 단계; (B) 이산 시간 관측기를 설계하고, 퍼지 제어기를 설계하는 단계; (C) 이산 시간 모델을 유도하고 오차 행렬을 유도하여 리아푸노프 함수를 설정하는 단계; 및 (D) 비선형행렬부등식을 선형행렬부등식으로 변환하여 관측기 이득행렬과 여유 변수 행렬 그리고 제어 이득행렬을 산출하는 단계를 포함한다.

[0020] 또한, 본 발명의 다른 측면의 상기 비선형 시스템은 외란과 불확실성을 포함한다.

[0021] 또한, 본 발명의 다른 측면의 상기 (B) 단계는 (B-1) 제어기에 추정된 상태 변수를 제공하는 루엔버거형 이산 시간 관측기를 설계하는 단계; 및 (B-2) 구간 일정 신호를 구비한 퍼지 제어기를 설계하는 단계를 포함한다.

[0022] 또한, 본 발명의 다른 측면의 상기 (D) 단계의 비선형행렬부등식은 슈어 여수법과 합동 변환을 사용하여 선형행렬부등식으로 변환한다.

발명의 효과

[0023] 본 발명은 불확실성 비선형 시스템의 적분 형식에 있어서 정확한 이산 시간 모델에 기반하여 접근한다. 그

결과, 외란 감소 성능은 연속 시간 도메인에 한정되고, 불확실성은 이산 시간 모델링에서 잘 관리된다.

[0024] 또한, 본 발명에 따르면, 정확한 이산 모델이 강인하고 점근적으로 안정하다면 불확실성 비선형 플랜트와 샘플 데이터 관측기에 기반한 출력 피드백의 퍼지 제어기도 또한 강인하고 점근적으로 안정하다는 점을 알 수 있다.

[0025] 또한, 본 발명은 리아푸노프(Lyapunov) 함수의 non-quadratic 형식에 근거하여 적분 부등식과 행렬 디커플링 기술을 사용하여 설계된 제어기에 대한 만족스러운 LMI 환경을 유도한다.

도면의 간단한 설명

[0026] 도 1은 본 발명의 일실시예에 따른 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치의 구성도이다.

도 2는 페루프 상태(붉은 색으로 선으로 표시됨), 그 추정(파란색의 선으로 표시됨) 그리고 샘플 데이터 제어 입력의 시간 응답을 $(x_0, \hat{x}_0)_{=(0,0)}$ 에서 보여준다.

도 3은 $(x_0, \hat{x}_0)_{=((0.5,0),(0,0))}$ 에서 시간 응답을 보여준다.

도 4는 $t \in R_{[0,10]}$ 에서 $(x_0, \hat{x}_0)_{=(0,0)}$ 과 $w = \cos(600t)$ 일 때, 시뮬레이션 결과를 보여준다.

도 5는 본 발명의 일실시 예에 따른 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 방법의 흐름도이다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

[0027] 본 발명은 다양한 변환을 가할 수 있고 여러 가지 실시예를 가질 수 있는 바, 이하에서는 특정 실시예들을 첨부된 도면을 기초로 상세히 설명하고자 한다.

[0028] 본 발명을 설명함에 있어서 관련된 공지 기술에 대한 구체적인 설명이 본 발명의 요지를 흐릴 수 있다고 판단되는 경우 그 상세한 설명을 생략한다.

[0029] 제1, 제2 등의 용어는 다양한 구성요소들을 설명하는데 사용될 수 있지만, 상기 구성요소들은 상기 용어들에 의해 한정되는 것은 아니며, 상기 용어들은 하나의 구성요소를 다른 구성요소로부터 구별하는 목적으로만 사용된다.

[0030] 본 발명의 외란과 불확실성을 포함한 비선형 시스템을 안정화하는 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치 및 그 방법은 그 동안 깊이 연구가 진행되지 않았다.

[0031] 왜냐하면 그 이유는 연속 시간 도메인의 시간 가변 불확실성과 외란이 비선형 동역학의 근사 이산 시간 모델링에 좋지 않은 영향을 미치기 때문이다. 그 외에, 외란 변동이 이산화(즉 샘플링) 과정에서 제어에 유용하기 때문이다.

[0032] 일반적으로 l_2 놈(norm) 센스에서 외란에서 샘플 제어 출력으로 향하는 맵(map)의 H_∞ 놈(norm)은 실제 샘플 데이터 페루프 시스템의 감소 성능으로 이어지지 않는다. 그리고, 이산 시간 설계에서 외란 감소 성능을 l_2 놈(norm)이 아닌 L_2 놈(norm)에서 구현하기 위한 시도가 거의 이루어지지 않았다.

[0033] 따라서, 본 발명은 이와 달리 주어진 불확실성 비선형 시스템의 적분 형식에 있어서 정확한 이산 시간 모델에 기반하여 접근한다. 그 결과, 외란 감소 성능은 연속 시간 도메인에 한정되고, 불확실성은 이산 시간 모델링에서 잘 관리된다.

[0034] 또한, 본 발명에 따르면, 정확한 이산 모델이 강인하고 점근적으로 안정하다면 불확실성 비선형 플랜트와 샘플 데이터 관측기에 기반한 출력 피드백의 퍼지 제어기도 또한 강인하고 점근적으로 안정하다는 점을 알 수 있다.

[0035] 또한, 본 발명은 리아푸노프(Lyapunov) 함수의 non-quadratic 형식에 근거하여 적분 부등식과 행렬 디커플링 기술을 사용하여 설계된 제어기에 대한 만족스러운 LMI 환경을 유도한다.

[0036] 본 발명에서 R^n 은 n차원 유클리디언 공간을 의미하며, $Z(Z>0)$ 은 정수 세트(양의 정수)를 의미하며, I 는 단위 행렬을 의미한다. $P>Q(P<Q)$ 는 행렬 $P-Q$ 가 양(음) 한정임을 의미한다. $\lambda_{\max}(A)(\lambda_{\min}(A))$ 는 행렬 A 의 최대(최소) 고유

치(최소 고유치)를 의미한다. 그리고, 특별히 언급하지 않는 한, x 는 연속 시간 신호 벡터 $x(t)$ 를 의미하고, x_{kT} 는 이산 시간 신호 벡터 $x(kT)$ 를 의미한다. 대칭 행렬 표기에 대하여 다음과 같은 생략법을 따른다.

$$K^T \begin{bmatrix} \text{He}\{S\} & * \\ M & Q^T * \end{bmatrix} * := K^T \begin{bmatrix} S + S^T & M^T \\ M & Q^T Q \end{bmatrix} K.$$

[0037]

[0038]

도 1은 본 발명의 일실시예에 따른 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치의 구성도이다.

[0039]

도 1을 참조하면, 본 발명의 일실시예에 따른 직접 이산 설계 기법을 적용한 제어 장치는 비선형 시스템(10)과, 관측기(20) 및 제어기(30)를 포함하고 있다.

[0040]

상기 비선형 시스템(10)은 외란과 불확실성을 포함하고 있으며, 다음 형식으로 표현된다.

[0041]

(수학식 1)

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, w, u) + \Delta f(x, w, u) \\ y = h(x) + \Delta h(x) \\ z = g(x, u) + \Delta g(x, u) \end{cases}$$

[0042]

[0043]

여기에서, $x \in \mathbb{R}^n$ 은 상태이며, $w \in \mathbb{R}^s$ 는 $[0, t_f]$ 에 속하는 외란이며, $t_f \in \mathbb{R}_0$ 이다. $u \in \mathbb{R}^m$ 제어 입력이며, $y \in \mathbb{R}^p$ 측정 출력이고, $z \in \mathbb{R}^q$ 은 제어 출력이다. Δf , Δg 와 Δh 는 불확실성이다.

[0044]

가정(Assumption) 1: μ 는 퍼지 추론 규칙의 y 서브 세트로부터 매핑되어 부가된 퍼지 추론 규칙의 전반부 변수(premise variable)를 포함하는 벡터이다. $\Delta_y \in \mathbb{R}_0$ 에서 상기 (수학식 1)은 다음 T-S 퍼지 모델을 따라 국부적으로 모델링된다. 이와 같은 외란과 불확실성을 가진 비선형 시스템(10)에 대한 국부적인 T-S 모델로 모델링은 제어기(30)에서 수행된다.

[0045]

(수학식 2)

$$\begin{cases} \dot{x} = (A(\mu) + \Delta A(\mu))x + (B_w(\mu) + \Delta B_w(\mu))w \\ \quad + (B_u(\mu) + \Delta B_u(\mu))u \\ y = (C(\mu) + \Delta C(\mu))x \\ z = (D(\mu) + \Delta D(\mu))x + (E(\mu) + \Delta E(\mu))u \end{cases}$$

[0046]

[0047] 콤팩트 집합(compact set) $B_y = \{y: \|y\| \leq \Delta_y\}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 A(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) A_i, & \Delta A(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) \Delta A_i \\
 B_w(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) B_{w_i}, & \Delta B_w(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) \Delta B_{w_i} \\
 B_u(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) B_{u_i}, & \Delta B_u(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) \Delta B_{u_i} \\
 C(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) C_i, & \Delta C(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) \Delta C_i \\
 D(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) D_i, & \Delta D(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) \Delta D_i \\
 E(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) E_i, & \Delta E(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) \Delta E_i
 \end{aligned}$$

[0048]

[0049] 여기에서, $i \in I_r := \{1, 2, \dots, r\}$ 인 θ_i 는 다음 특성 $\theta_i(\mu) \in R_{[0,1]}$ 과 $\sum_{i=1}^r \theta_i(\mu) = 1$ 을 만족하는 소성 강도(firing strength)이다. 그리고, $\Delta A_i, \Delta B_{w_i}, \Delta B_{u_i}, \Delta C_i, \Delta D_i$ 및 ΔE_i 는 시간 가변 파라메트릭(parametric) 불확실성의 행렬 함수를 나타낸다.

[0050] 가정(Assumption) 2: 벡터 함수 f 와 Δf 는 각각 립슈츠(Lipschitz) 상수 $l \in R_{>0}$ 과 $l_\Delta \in R_{>0}$ 에서 x 에 대해 B_y 에서 립슈츠(Lipschitz) 조건을 만족함을 가정한다.

[0051] 가정(Assumption) 3: 이미 잘 알려진 호환성을 가지는 상수 매트릭스 $M_{\star_i}, N_{\star_i}, N_{x_{w_i}}, N_{x_{u_i}}$, 및 $N_{z_{u_i}}$ 와 미지의 시간 가변 매트릭스 함수 F_{\star_i} 는 모든 $F_{\star_i}^T(t) F_{\star_i}(t) \preceq I, \star \in \{x, y, z\}$ 에 대하여 $t \in R_{\geq 0}$ 을 만족하며, 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 [\Delta A_i \ \Delta B_{w_i} \ \Delta B_{u_i}] &= M_{x_i} F_{x_i} [N_{x_i} \ N_{x_{w_i}} \ N_{x_{u_i}}] \\
 \Delta C_i &= M_{y_i} F_{y_i} N_{y_i} \\
 [\Delta D_i \ \Delta E_i] &= M_{z_i} F_{z_i} [N_{z_i} \ N_{z_{u_i}}]
 \end{aligned}$$

[0052]

[0053] 여기에서, 모든 $i \in I_r$ 이다.

[0054] 가정(Assumption) 4: 출력 y 는 비 패서로직컬(Non-pathological) 샘플 기간 $T \in R_{>0}$ 와 y 로부터 매핑된 μ 를 가지는 균등 샘플링에 의해 측정된다.

[0055] 한편, 관측기(20)는 외란과 불확실성을 포함한 비선형 시스템을 제어기(30)가 안정화하도록 상태 변수에 대한 추정을 진행하여 제어기(30)로 제공한다.

[0056] 상기 제어기(30)는 샘플 데이터 관측기(20)에 기반한 것으로 (수학식 1)로 표현되는 상태 변수를 가정 1 내지 4

에 근거하여 설계한다.

[0057] 이와 같은 제어기(30)에 추정된 상태 변수를 제공하는 관측기(20)는 다음 형식의 루엔버거(Luenberger) 형 이산 시간 관측기(20)이다.

[0058] (수학식 3)

$$\begin{cases} \hat{x}_{kT+T} = (I + TA(\mu_{kT}))\hat{x}_{kT} + TB_u(\mu_{kT})u_{kT} \\ \quad + TY(\mu_{kT})^{-1}L(\mu_{kT})(y_{kT} - \hat{y}_{kT}) \\ \hat{y}_{kT} = C(\mu_{kT})\hat{x}_{kT} \end{cases}$$

[0059]

[0060] 여기에서, \hat{x}_{kT} 는 x_{kT} 의 추정된 상태이며, \hat{y}_{kT} 는 관측기 출력이고, 여유 이득행렬 $Y(\mu_{kT}) := \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})Y_i$ 이고, 관측기 이득 행렬 $L(\mu_{kT}) := \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})L_i$ 이다.

[0061] 추가적으로, 이산 시간 구성을 따르면, 제어기(30)는 $t \in [kT, (k+1)T]$, $k \in \mathbb{Z}_0$ 이고, 제어 이득 행렬 $K(\mu_{kT}) := \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})K_i$ 이고, 상태 행렬 $X(\mu_{kT}) := \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})X_i$ 일때, 다음 형식의 구간 일정 신호(piecewise constant signal)를 얻을 수 있다.

[0062] (수학식 4)

$$u = u_{kT} := K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1}\hat{x}_{kT}$$

[0063]

[0064] 본 발명의 목적은 모든 $t \in \mathbb{R}_0$ 에서 $w=0$ 이고, 주어진 외란 감쇠 레벨 $\gamma \in \mathbb{R}_{>0}$ 일때, 외란 감쇠 γ 가 다음 (수학식 5)로 한정되고, $w \in L_2[0, NT]$ 과 $(x_0, \hat{x}_0) = (0, 0)$ 일 때 $N \in \mathbb{N}$ 를 만족할 때 주어진 T에 대하여 K_i , L_i 그리고 비특이 X_i 와 Y_i 를 구한다.

[0065] (수학식 5)

$$\int_0^{NT} \|z(\tau)\|^2 d\tau \leq \gamma^2 \int_0^{NT} \|w(\tau)\|^2 d\tau$$

[0066]

[0067] 한편, 수학식 3과 4의 조건에서 수학식1을 분석할 때 샘플 데이터 동역학의 이산 시간 샘플링의 어려움은 2개의 분리된 신호를 가지고 해결될 수 있다. 수학식 1의 양측을 $[kT, t]$ 의 범위로 샘플 데이터 제어하에 적분을 하면 다음과 같다.

$$x = x_{kT} + \int_{kT}^t (f(x, w, u_{kT}) + \Delta f(x, w, u_{kT})) d\tau$$

[0068]

[0069] 상기 수식은 가정1에 의해 다음과 같이 변화될 수 있다.

[0070] (수학식 6)

$$x = x_{kT} + \int_{kT}^t ((A(\mu_{kT}) + \Delta A(\mu_{kT}))x_{kT} + (B_w(\mu_{kT}) + \Delta B_w(\mu_{kT}))w + (B_u(\mu_{kT}) + \Delta B_u(\mu_{kT}))u_{kT} + p) d\tau$$

[0071]

[0072] B_y 아래에서,

$$p := f(x, w, u_{kT}) + \Delta f(x, w, u_{kT}) - f(x_{kT}, w, u_{kT}) - \Delta f(x_{kT}, w, u_{kT}).$$

[0073]

[0074] 가 된다.

[0075] 수학식 6에서 t 를 $kT+T$ 로 변경하면, 다음과 같은 정확한 이산 시간 모델을 얻게 된다.

[0076] (수학식 7)

$$x_{kT+T} = x_{kT} + \int_{kT}^{kT+T} ((A(\mu_{kT}) + \Delta A(\mu_{kT}))x_{kT} + (B_w(\mu_{kT}) + \Delta B_w(\mu_{kT}))w + (B_u(\mu_{kT}) + \Delta B_u(\mu_{kT}))u_{kT} + p) d\tau.$$

[0077]

[0078] 상태 추정 오차 $e_{kT} := x_{kT} - \hat{x}_{kT}$ 로 정의하면, 수학식3,4, 및 7은 다음과 같은 페루프 모델로 작성된다.

[0079] (수학식 8)

$$\begin{bmatrix} x_{kT+T} \\ e_{kT+T} \end{bmatrix} = \int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} G_{11}(\mu_{kT}) & G_{12}(\mu_{kT}) & G_{13}(\mu_{kT}) & I \\ G_{21}(\mu_{kT}) & G_{22}(\mu_{kT}) & G_{23}(\mu_{kT}) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix} d\tau$$

[0080]

[0081] 여기에서, G11~G22는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 G_{11} &:= \frac{1}{T}I + A(\mu_{kT}) + B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\
 &\quad + \Delta A(\mu_{kT}) + \Delta B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\
 G_{12} &:= -B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\
 &\quad - \Delta B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\
 G_{13} &:= B_w(\mu_{kT}) + \Delta B_w(\mu_{kT}) \\
 G_{21} &:= \Delta B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\
 &\quad + \Delta A(\mu_{kT}) - Y(\mu_{kT})^{-1}L(\mu_{kT})\Delta C(\mu_{kT}) \\
 G_{22} &:= -\Delta B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\
 &\quad + \frac{1}{T}I + A(\mu_{kT}) - Y(\mu_{kT})^{-1}L(\mu_{kT})C(\mu_{kT})
 \end{aligned}$$

[0082]

[0083] 이와 같은 상황에서 다음 과정을 진행하기 앞서, 주요한 결과를 도출하기 위해서는 다음과 같은 정리와 명제가 필요하다.

[0084] 보조 정리(Lemma) 1: 주어진 벡터 함수 x 와, 전역(appropriate dimensions) $P = P^T > 0$ 에서, $t_0, t_f \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ 이면, 다음을 얻게 된다.

$$\left(\int_{t_0}^{t_f} x \, d\tau \right)^T P \left(\int_{t_0}^{t_f} x \, d\tau \right) \leq (t_f - t_0) \int_{t_0}^{t_f} x^T P x \, d\tau$$

[0085]

[0086] 보조 정리(Lemma) 2: 주어진 호환성 상수 행렬 X 및 $P = P^T > 0$ 에서 다음이 성립된다.

$$-X^T P^{-1} * \preceq P - \text{He} \{X\}$$

[0087]

[0088] 보조 정리(Lemma) 3: 상수 행렬 M 과 N , 모든 $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ 가 $-F(t)^T F(t) \preceq I$ 를 만족하는 시간 가변 행렬 F , 전역 $Q = Q^T$ 이고, $\epsilon \in \mathbb{R}_0$ 이면 다음 동치가 성립된다.

$$Q + \text{He} \{MFN\} \prec 0 \Leftrightarrow Q + \epsilon MM^T + \epsilon^{-1} N^T N \prec 0$$

[0089]

[0090] 보조 정리(Lemma) 4: 다음 행렬 부등식,

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i(\mu) \theta_j(\mu) \mathcal{L}_{ij} \prec 0$$

[0091]

[0092] 에서, 전역은 $\#_{ij}$ 다음과 같이 존재한다.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ii} - \mathcal{W}_{ii} &< 0, \quad i \in \mathcal{I}_R \\ \mathcal{L}_{ij} + \mathcal{L}_{ji} - \text{He} \{ \mathcal{W}_{ij} \} &< 0, \quad (i, j) \in \mathcal{I}_J \times \mathcal{I}_R \\ \begin{bmatrix} \mathcal{W}_{11} & * & \cdots & * \\ \mathcal{W}_{12} & \mathcal{W}_{22} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{W}_{1r} & \mathcal{W}_{2r} & \cdots & \mathcal{W}_{rr} \end{bmatrix} &< 0 \end{aligned}$$

[0093]

[0094] 여기에서, $\mathcal{I}_J \times \mathcal{I}_R$ 는 모든 쌍 $(i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$ 를 나타내며, 그 결과 $1 \leq i \leq j \leq r$ 가 된다.

[0095] 제안(Proposition) 1: 모든 $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ 에서 B_y 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\int_{kT}^{kT+T} p^T p \, d\tau + \int_{kT}^{kT+T} (x - x_{kT})^T (x - x_{kT}) \, d\tau \\ &\leq \frac{((l + l_\Delta)^2 + 1) T^2}{2} \int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix}^T \\ &\quad \times \left[G_{11} - \frac{1}{T} I \quad G_{12} \quad G_{13} \quad I \right]^T * \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix} \, d\tau \end{aligned}$$

[0096]

[0097] 이러한 제안 1의 확증은 수학적 3과 4 그리고 보조 정리 1에 가정 2와 수학적 6을 적용하면 다음과 같이 확장될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{kT}^{kT+T} p^T p \, d\tau + \int_{kT}^{kT+T} (x - x_{kT})^T (x - x_{kT}) \, d\tau \\
 & \leq ((l + l_\Delta)^2 + 1) \int_{kT}^{kT+T} (x - x_{kT})^T (x - x_{kT}) \, d\tau \\
 & = ((l + l_\Delta)^2 + 1) \\
 & \quad \times \int_{kT}^{kT+T} \left(\int_{kT}^\zeta \left[G_{11} - \frac{1}{T} I \quad G_{12} \quad G_{13} \quad I \right] \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix} \, d\tau \right) \\
 & \quad \times \left(\int_{kT}^\zeta \left[G_{11} - \frac{1}{T} I \quad G_{12} \quad G_{13} \quad I \right] \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix} \, d\tau \right) \, d\zeta \\
 & \leq ((l + l_\Delta)^2 + 1) \int_{kT}^{kT+T} (\zeta - kT) \int_{kT}^\zeta \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix}^T \\
 & \quad \times \left[G_{11} - \frac{1}{T} I \quad G_{12} \quad G_{13} \quad I \right]^T * \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix} \, d\tau \, d\zeta \\
 & \leq \frac{((l + l_\Delta)^2 + 1) T^2}{2} \int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix}^T \\
 & \quad \times \left[G_{11} - \frac{1}{T} I \quad G_{12} \quad G_{13} \quad I \right]^T * \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix} \, d\tau.
 \end{aligned}$$

[0098]

[0099]

제안(Proposition) 2: $w=0$ 으로 가정하면, 정확한 이산 시간 퍼지 모델 (수학식 8)이 강인하고 점근적으로 안정할 때, 샘플 데이터 관측기에 기반한 출력 피드백 퍼지 제어기(수학식3과 4)에 근접한 (수학식2)의 퍼지 모델은 강인하고 점근적으로 안정하다.

[0100]

이와 관련하여 수학식3과 4, 민코프스키(Minkowski) 부등식, 유도된 2-놈(norm), 가정1과 3 그리고 $\theta_i \in R_{10}$,₁₁일 때, 모든 $t \in [kT, kT + T)$ 와 $k \in Z_{\geq 0}$ 에 대해서 수학식 6으로부터 시작하면, 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \|x\| &\leq \|x_{kT}\| \\
 &+ \int_{kT}^t \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i(\mu)\theta_j(\mu_{kT})(\|A_i + \Delta A_i\| \|x\| \\
 &+ \|(B_{u_i} + \Delta B_{u_i})K_j\| \|X(\mu_{kT})^{-1}\| \\
 &\times (\|x_{kT}\| + \|e_{kT}\|)) d\tau \\
 &\leq \|x_{kT}\| \\
 &+ \int_{kT}^t \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i(\mu)\theta_j(\mu_{kT})(\|A_i\| \\
 &+ \|M_{x_i}\| \|N_{x_i}\|) \|x\| \\
 &+ (\|B_{u_i}K_j\| + \|M_{x_i}\| \|N_{x_{u_i}}K_j\|) \|X(\mu_{kT})^{-1}\| \\
 &\times (\|x_{kT}\| + \|e_{kT}\|)) d\tau \\
 &\leq \sup_{(g,h,i,j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R} \\
 &\times \left\{ \left(1 + \frac{T(\|B_{u_i}K_j\| + \|M_{x_i}\| \|N_{x_{u_i}}K_j\|)}{\sqrt{\lambda_{\min}(X_g X_h^T)}} \right) \|x_{kT}\| \right. \\
 &+ \frac{T(\|B_{u_i}K_j\| + \|M_{x_i}\| \|N_{x_{u_i}}K_j\|)}{\sqrt{\lambda_{\min}(X_g X_h^T)}} \|e_{kT}\| \\
 &\left. + \int_{kT}^t (\|A_i\| + \|M_{x_i}\| \|N_{x_i}\|) \|x\| d\tau \right\} \\
 &\leq c_1 \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \end{bmatrix} + \int_{kT}^t c_2 \|x\| d\tau
 \end{aligned}$$

[0101]

[0102] 여기서, c_1, c_2 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 c_1 &:= \sup_{(g,h,i,j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R} \\
 &\sqrt{\left(1 + \frac{T(\|B_{u_i}K_j\| + \|M_{x_i}\| \|N_{x_{u_i}}K_j\|)}{\sqrt{\lambda_{\min}(X_g X_h^T)}} \right)^2} \\
 &\quad + \left(\frac{T(\|B_{u_i}K_j\| + \|M_{x_i}\| \|N_{x_{u_i}}K_j\|)}{\sqrt{\lambda_{\min}(X_g X_h^T)}} \right)^2} \\
 c_2 &:= \sup_{i \in \mathcal{I}_R} \{ \|A_i\| + \|M_{x_i}\| \|N_{x_i}\| \}.
 \end{aligned}$$

[0103]

[0104] 이러한 상황에서 그로웰 벨만(Gronwall-Bellman) 부등식은 $\|x\|$ 는 $t \in [kT, kT + T)$ 에 대해 다음으로 유도된

다.

[0105] (수학식 9)

$$\|x\| \leq c_3 \left\| \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \end{bmatrix} \right\|$$

[0106]

[0107] 여기에서, $c_3 := c_1 e^{c_2 T}$ 이다. 상기에서 c_3 는 k 로부터 독립되어 있으며, 그 결과 $\|x\|$ 는 $\|\text{col}\{x_{kT}, e_{kT}\}\|$ 에 의해 평등 유계(uniformly bounded)된다. 결론적으로, $\text{col}\{x_{kT}, e_{kT}\}$ 가 안정화되면 x 도 안정화된다. $\text{col}\{x_{kT}, e_{kT}\}$ 가 수렴하면 시간이 무한대로 증가할 때 x 는 0으로 수렴한다. 이는 x 에 대하여 점근적으로 안정하다는 사실을 알려준다.

[0108] 본 발명의 목적을 달성하기 위하여 다음 정리가 요약가능하다.

[0109] 정리(Theorem) 1: 주어진 초기 상태 $(x_0, e_0) \in \mathcal{B}_{o_1} := \{(x, e) : \|\text{col}\{x, e\}\| \leq \Delta_{o_1}\}$ 일 때, $\Delta_{o_1} \in \mathbb{R}_{>0}$ 이면 수학식 1의 비선형 시스템은 샘플 데이터 관측기에 기반한 출력 피드백 제어기(수학식 3과 4)에 의한 외란 감쇠 성능(수학식 5) γ 를 가지고 강인하게 점근적으로 안정하다

[0110] 이때, $P_{1i} = P_{1i}^T > 0, P_{2i} = P_{2i}^T > 0, Q_{1i} = Q_{1i}^T > 0, Q_{2i} = Q_{2i}^T > 0, Q_{3i} = Q_{3i}^T > 0, K_i, L_i, X_i, Y_i, W_{ij}$ 및 Z_{ij} 는 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \gamma \in \mathbb{R}_{>0}$ 이 주어질 때 다음을 만족한다.

[0111] (수학식 10)

$$\mathcal{L}_{ghii} - \mathcal{W}_{ii} < 0, \quad (g, h, i) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$$

[0112]

[0113] (수학식 11)

$$\mathcal{L}_{ghij} + \mathcal{L}_{ghji} - \text{He}\{\mathcal{W}_{ij}\} < 0, \quad (g, h, i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_J \times \mathcal{I}_R$$

[0114]

[0115] (수학식 12)

$$\mathcal{M}_{hii} - \mathcal{Z}_{ii} < 0, \quad (h, i) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$$

[0116]

[0117] (수학식 13)

$$\mathcal{M}_{hij} + \mathcal{M}_{hji} - \text{He}\{\mathcal{Z}_{ij}\} < 0, \quad (h, i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_J \times \mathcal{I}_R$$

[0118]

[0119] (수학식 14)

$$\begin{bmatrix} \mathcal{W}_{11} & * & \cdots & * \\ \mathcal{W}_{12} & \mathcal{W}_{22} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{W}_{1r} & \mathcal{W}_{2r} & \cdots & \mathcal{W}_{rr} \end{bmatrix} < 0$$

[0120]

[0132] (수학식 16)

$$J_{kT} := \Delta V(x_{kT}, e_{kT}) + \gamma^{-1} \int_{kT}^{kT+T} z^T z \, d\tau - \gamma \int_{kT}^{kT+T} w^T w \, d\tau$$

[0133]

[0134] 또한, $(x_0, e_0) = (0, 0)$ 일때, $N \in \mathbb{Z}_{>0}$ 에서, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} J_{kT} < 0 &\Rightarrow V(x_{NT}, e_{NT}) + \gamma^{-1} \int_0^{Nt} z^T z \, d\tau - \gamma \int_0^{Nt} w^T w \, d\tau < 0 \\ &\Rightarrow (5) \end{aligned}$$

[0135]

[0136] 또한, $t \in \mathbb{R}_{>0}$ 에서 $w = 0$ 이면, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} J_{kT} < 0 &\Leftrightarrow \Delta V(x_{kT}, e_{kT}) + \gamma^{-1} \int_{kT}^{kT+T} z^T z \, d\tau < 0 \\ &\Rightarrow \Delta V(x_{kT}, e_{kT}) < 0. \end{aligned}$$

[0137]

[0138] 결론적으로, $k \in \mathbb{Z}_{>0}$ 에서 모든 $J_{kT} < 0$ 은 외란 감쇠 성능 γ 에서 리아프노프 방식으로 점근적으로 안정하다.

[0139] 한편, 수학식 16과 8로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J_{kT} = &\left(\int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & I \\ G_{21} & G_{22} & G_{13} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix} \, d\tau \right)^T \begin{bmatrix} P_1(\mu_{kT+T})^{-1} & 0 \\ 0 & P_2(\mu_{kT+T}) \end{bmatrix} \left(\int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & I \\ G_{21} & G_{22} & G_{13} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \end{bmatrix} \, d\tau \right) \\ &+ \gamma^{-1} \int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ x - x_{kT} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} G_{31} & G_{32} & G_{35} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ x - x_{kT} \end{bmatrix} \, d\tau \\ &- \int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{T} P_1(\mu_{kT})^{-1} & * & * \\ 0 & \frac{1}{T} P_2(\mu_{kT}) & * \\ 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \end{bmatrix} \, d\tau \end{aligned}$$

[0140]

[0141] 여기에서, G_{31} , G_{32} , G_{35} 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_{31} &:= D(\mu) + E(\mu)K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} + \Delta D(\mu) + \Delta E(\mu)K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\ G_{32} &:= -E(\mu)K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} - \Delta E(\mu)K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\ G_{35} &:= D(\mu) + \Delta D(\mu). \end{aligned}$$

[0142]

[0143] 보조 정리 1을 적용하고 가산과 감산을 하면 다음과 같다.

$$\int_{kT}^{kT+T} p^T p \, d\tau + \int_{kT}^{kT+T} (x - x_{kT})^T (x - x_{kT}) \, d\tau$$

[0144]

[0145] 상기 수식을 확장하면 다음과 같다.

$$J_{kT} \leq \int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \\ x - x_{kT} \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & I & 0 \\ G_{12} & G_{22} & G_{13} & I & 0 \\ G_{31} & G_{32} & 0 & 0 & G_{35} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{T}P_1(\mu_{kT+T}) & * & * \\ 0 & \frac{1}{T}P_2(\mu_{kT+T})^{-1} & * \\ 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \right)^{-1} * \\ - \begin{bmatrix} \frac{1}{T}P_1(\mu_{kT})^{-1} & * & * & * & * \\ 0 & \frac{1}{T}P_2(\mu_{kT}) & * & * & * \\ 0 & 0 & \gamma I & * & * \\ 0 & 0 & 0 & I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \\ x - x_{kT} \end{bmatrix} d\tau + \int_{kT}^{kT+T} p^T p d\tau + \int_{kT}^{kT+T} (x - x_{kT})^T (x - x_{kT}) d\tau$$

[0146]

[0147] 정리 1로부터 다음을 얻는다.

$$J_{kT} \leq \int_{kT}^{kT+T} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \\ x - x_{kT} \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & I & 0 \\ G_{21} & G_{22} & G_{13} & I & 0 \\ G_{31} & G_{32} & 0 & 0 & G_{35} \\ G_{11} - \frac{1}{T}I & G_{12} & G_{13} & I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{T}P_1(\mu_{kT+T}) & * & * & * \\ 0 & \frac{1}{T}P_2(\mu_{kT+T})^{-1} & * & * \\ 0 & 0 & \gamma I & * \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{((l+l_\Delta)^2+1)T^2}I \end{bmatrix} \right)^{-1} * \\ - \begin{bmatrix} \frac{1}{T}P_1(\mu_{kT})^{-1} & * & * & * & * \\ 0 & \frac{1}{T}P_2(\mu_{kT}) & * & * & * \\ 0 & 0 & \gamma I & * & * \\ 0 & 0 & 0 & I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \\ w \\ p \\ x - x_{kT} \end{bmatrix} d\tau.$$

[0148]

[0149] 슈어 여수법(Shur complement)에 의하면 다음이 명백하다.

$$J_{kT} < 0 \Leftarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{T}P_1(\mu_{kT})^{-1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma I & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * & * \\ G_{11} & G_{12} & G_{13} & I & 0 & -\frac{1}{T}P_1(\mu_{kT+T}) & * & * & * & * \\ \Delta\tilde{G}_{12} & -\Delta\tilde{G}_{12} & G_{13} & I & 0 & 0 & 0 & * & * & * \\ G_{31} & G_{32} & 0 & 0 & G_{35} & 0 & 0 & -\gamma I & * & * \\ G_{11} - \frac{1}{T}I & G_{12} & G_{13} & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{((l+l_\Delta)^2+1)T^2}I \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -\frac{1}{T}P_2(\mu_{kT}) & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * \\ \Delta\tilde{G}_{21} & \tilde{G}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T}P_2(\mu_{kT+T})^{-1} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0$$

[0150]

[0151] 여기에서,

$$\Delta\tilde{G}_{12} := -\Delta B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT})X(\mu_{kT})^{-1} \\ \Delta\tilde{G}_{21} := \Delta A(\mu_{kT}) - Y(\mu_{kT})^{-1}L(\mu_{kT})\Delta C(\mu_{kT}) \\ \tilde{G}_{22} := \frac{1}{T}I + A(\mu_{kT}) - Y(\mu_{kT})^{-1}L(\mu_{kT})C(\mu_{kT}).$$

[0152]

[0153] 이 된다.

[0154] 상기 수학식은 다음 2개의 수학식에 의해 디커플링시킬 수 있다.

[0155] (수학식 17)

$$\begin{bmatrix} \left(-\frac{1}{T}P_1(\mu_{kT})^{-1} \right) & * & * & * & * & * & * & * & * \\ +Q_1(\mu_{kT})^{-1} & & & & & & & & \\ 0 & -Q_2(\mu_{kT})^{-1} & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma I & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * \\ G_{11} & G_{12} & G_{13} & I & 0 & -\frac{1}{T}P_1(\mu_{kT+T}) & * & * & * \\ \Delta \tilde{G}_{12} & -\Delta \tilde{G}_{12} & G_{13} & I & 0 & 0 & -Q_3(\mu_{kT})^{-1} & * & * \\ G_{31} & G_{32} & 0 & 0 & G_{35} & 0 & 0 & -\gamma I & * \\ G_{11} - \frac{1}{T}I & G_{12} & G_{13} & I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{((l+\Delta)^2+1)T^2}I \end{bmatrix} < 0$$

[0156]

[0157] (수학식 18)

$$\begin{bmatrix} -Q_1(\mu_{kT})^{-1} & * & * \\ 0 & \left(-\frac{1}{T}P_2(\mu_{kT}) \right) & * \\ \Delta \tilde{G}_{21} & \tilde{G}_{22} & \left(-\frac{1}{T}P_2(\mu_{kT+T})^{-1} \right) \\ & & +Q_3(\mu_{kT})^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

[0158]

[0159] 이제, 수학식 17과 18을 LMIs로 변환할 수 있다.

$$\text{diag}\{X(\mu_{kT}), X(\mu_{kT}), I, I, I, I, Q_3(\mu_{kT}), I, I\}$$

과, 가정 3아래의 보조 정리 3 그리고 슈어 여수법을 사용하여, 수학식 17을 다음으로 동치시킬 수 있다.

$$\left[\begin{array}{cccccc}
 \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{T}X(\mu_{kT})^T P_1(\mu_{kT})^{-1} * \\ +X(\mu_{kT})^T Q_1(\mu_{kT})^{-1} * \end{array} \right) & * & * & * & * & * \\
 0 & -X(\mu_{kT})^T Q_2(\mu_{kT})^{-1} * & * & * & * & * \\
 0 & 0 & -\gamma I & * & * & * \\
 0 & 0 & 0 & -I & * & * \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * \\
 \left(\begin{array}{c} \frac{1}{T}X(\mu_{kT}) \\ +A(\mu_{kT})X(\mu_{kT}) \\ +B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT}) \\ 0 \end{array} \right) & B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT}) & B_w(\mu_{kT}) & I & 0 & 0 \\
 \left(\begin{array}{c} D(\mu)X(\mu_{kT}) \\ +E(\mu)K(\mu_{kT}) \end{array} \right) & -E(\mu)K(\mu_{kT}) & 0 & 0 & D(\mu) & 0 \\
 \left(\begin{array}{c} A(\mu_{kT})X(\mu_{kT}) \\ +B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT}) \end{array} \right) & -B_u(\mu_{kT})K(\mu_{kT}) & B_w(\mu_{kT}) & I & 0 & 0 \\
 \left(\begin{array}{c} N_x(\mu_{kT})X(\mu_{kT}) \\ +N_{x_u}(\mu_{kT})K(\mu_{kT}) \end{array} \right) & -N_{x_u}(\mu_{kT})K(\mu_{kT}) & N_{x_w}(\mu_{kT}) & 0 & 0 & 0 \\
 N_{x_u}(\mu_{kT})K(\mu_{kT}) & -N_{x_u}(\mu_{kT})K(\mu_{kT}) & N_{x_w}(\mu_{kT}) & 0 & 0 & 0 \\
 \left(\begin{array}{c} N_z(\mu)X(\mu_{kT}) \\ +N_{z_u}(\mu)K(\mu_{kT}) \end{array} \right) & -N_{z_u}(\mu)K(\mu_{kT}) & 0 & 0 & N_z(\mu) & 0 \\
 * & * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * & * \\
 \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{T}P_1(\mu_{kT+T}) \\ +\Xi_1(\mu_{kT}) \end{array} \right) & * & * & * & * & * \\
 0 & \left(\begin{array}{c} -Q_3(\mu_{kT}) \\ +Q_3(\mu_{kT}) \\ \times \Xi_2(\mu_{kT}) * \end{array} \right) & * & * & * & * \\
 0 & 0 & \left(\begin{array}{c} -\gamma I \\ +\Xi_3(\mu) \end{array} \right) & * & * & * \\
 \Xi_1(\mu_{kT}) & 0 & 0 & \left(\begin{array}{c} -\frac{2}{((\gamma+L)^2+1)T^2} I \\ +\Xi_1(\mu_{kT}) \end{array} \right) & * & * \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_1(\mu_{kT})I & * \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_2(\mu_{kT})I \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_3(\mu)I
 \end{array} \right] \prec 0$$

[0160]

[0161] 여기서,

$$\begin{aligned}
 N_x(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})N_{x_i}, & N_{x_w}(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})N_{x_{w_i}}, & N_{x_u}(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})N_{x_{u_i}} \\
 N_z(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})N_{z_i}, & N_{z_u}(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})N_{z_{u_i}} \\
 \epsilon_1(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})\epsilon_{1_i}, & \epsilon_2(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})\epsilon_{2_i}, & \epsilon_3(\mu) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu)\epsilon_{3_i} \\
 \Xi_1(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})\epsilon_{1_i}M_{x_i}M_{x_i}^T, & \Xi_2(\mu_{kT}) &:= \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu_{kT})\epsilon_{2_i}M_{x_i}M_{x_i}^T
 \end{aligned}$$

[0162]

[0163] 으며, $\Xi_3(\mu) := \sum_{i=1}^r \theta_i(\mu)\epsilon_{3_i}M_{z_i}M_{z_i}^T$ 이다.

[0164] 보조 정리 2와 슈어 여수법을 적용하면 다음 수학적 19를 유도할 수 있다.

[0165] (수학적 19)

$$\sum_{g=1}^r \sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_g(\mu)\theta_h(\mu_{kT+T})\theta_i(\mu_{kT})\theta_j(\mu_{kT})\mathcal{L}_{ghij} \prec 0$$

[0166]

[0167] 보조정리 4를 수학적식 19에 적용하면 다음과 같다.

$$(19) \Leftarrow (10), (11), \text{ and } (14).$$

[0168] .

[0169] 이와 유사하게, 수학적식 18은 수학적식 20으로 표현된다.

[0170] (수학적식 20)

$$\sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_h(\mu_{kT+T}) \theta_i(\mu_{kT}) \theta_j(\mu_{kT}) \mathcal{M}_{hij} < 0$$

[0171] .

[0172] 유사하게, 보조 정리 4를 적용하면 다음과 같다.

$$(20) \Leftarrow \text{LMIs } (12), (13), \text{ and } (15)$$

[0173] .

[0174] 그럼으로, 가정2로부터, 만약 LMIs (10)~(15)가 유지된다면, 페루프 모델 (2)~(4)는 외란 감쇠 성능 γ 에서 점근적으로 안정하다.

[0175] $w=0$ 일 때 수학적식3과 4를 가지는 수학적식 1의 점근적인 안정과 어느 Δ_y 에 $\Delta_{01} \in \mathbb{R}_{>0}$ 일때 $(x_0, e_0)=(0,0)$ 이면 H^∞ 제어기 성능은 y 가 수학적식 2에 속할 때 모든 $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ 에서 B_y 에 놓여있다. 수학적식2와 가정 3으로부터 $\|y\| \leq c_4 \|x\|$ 이며, $c_4 := \sup_{i \in \mathcal{I}_R} \{ \|C_i\| + \|M_{y_i}\| \|N_{y_i}\| \}$ 이다.

[0176] 결과적으로 다음과 같이 된다.

$$\|x\| \leq \frac{\Delta_y}{c_4} \Rightarrow \|y\| \leq \Delta_y$$

[0177] .

[0178] 수학적식 9로 돌아가면 $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ 과 $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ 에서 다음을 알게 된다.

$$\left\| \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \end{bmatrix} \right\| \leq \frac{\Delta_y}{c_3 c_4} \Rightarrow \|y\| \leq \Delta_y$$

[0179] .

[0180] 한편, 이와 반대로, $\Delta V(x_{kT}, e_{kT})|_{(8)} < 0$ 이면 다음이 성립된다.

$$\begin{aligned} & \min \left\{ \inf_{i \in \mathcal{I}_R} \lambda_{\max}(P_{1_i})^{-1}, \inf_{i \in \mathcal{I}_R} \lambda_{\min}(P_{2_i}) \right\} \|\text{col}\{x_{kT}, e_{kT}\}\|^2 \\ & \leq V(x_{kT}, e_{kT}) \\ & < V(\text{col}\{x_0, e_0\}) \end{aligned}$$

[0181] .

$$\begin{aligned} &\leq \max \left\{ \sup_{i \in \mathcal{I}_R} \lambda_{\min}(P_{1_i})^{-1}, \sup_{i \in \mathcal{I}_R} \lambda_{\max}(P_{2_i}) \right\} \left\| \begin{bmatrix} x_0 \\ e_0 \end{bmatrix} \right\|^2 \\ &\Rightarrow \left\| \begin{bmatrix} x_{kT} \\ e_{kT} \end{bmatrix} \right\| < c_5 \left\| \begin{bmatrix} x_0 \\ e_0 \end{bmatrix} \right\| \end{aligned}$$

[0182]

[0183] 상기에서, $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ 이며, 여기에서

$$c_5 := \sqrt{\frac{\max \left\{ \sup_{i \in \mathcal{I}_R} \lambda_{\min}(P_{1_i})^{-1}, \sup_{i \in \mathcal{I}_R} \lambda_{\max}(P_{2_i}) \right\}}{\min \left\{ \inf_{i \in \mathcal{I}_R} \lambda_{\max}(P_{1_i})^{-1}, \inf_{i \in \mathcal{I}_R} \lambda_{\min}(P_{2_i}) \right\}}}$$

[0184]

[0185] 이다.

[0186] 그럼으로, y 가 초기 상태 정보 $(x_0, e_0) \in \mathcal{B}_{\Delta_0}$ 와 $\Delta_0 := \frac{\Delta_y}{c_3 c_4 c_5}$ 로 시작하게 되면 B_y 로부터 회피할 수 없다.

[0187] 수학적식 1에서 $\Delta f=0$, $\Delta g=0$ 및 $\Delta h=0$ 이면 문제 1은 H^∞ 샘플 데이터 관측기 기반의 출력 피드백 안정화 문제로 축소되며 다음과 같은 결론을 얻게 된다.

[0188] 결론(Corollary) 1: 초기 상태가 $(x_0, e_0) \in \mathcal{B}_{\Delta_0} := \{(x, e) : \|\text{col}\{x, e\}\| \leq \Delta_0\}$ 로 주어지고,

$\Delta_0 \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 존재하면, 그 결과 $\Delta f=0$, $\Delta g=0$ 및 $\Delta h=0$ 의 수학적식 1의 공칭 시스템(nominal system)은 수학적식 3과 4의 샘플 데이터 관측기 기반의 출력 피드백 퍼지 제어를 통하여 외란 감쇠 성능 γ 를 가진 상태에서 점근적으로 안정하다.

[0189] 이때, $P_{1_i} = P_{1_i}^T > 0, P_{2_i} = P_{2_i}^T > 0, Q_{1_i} = Q_{1_i}^T > 0, Q_{2_i} = Q_{2_i}^T > 0$, $K_i, L_i, X_i, Y_i, W_{ij}$ 및 Z_{ij} 는 $\gamma \in \mathbb{R}_{>0}$ 일 때 LMIs 14와 15에 의해 다음과 같다.

[0190] (수학적식 21)

$$\mathcal{O}_{ghii} - \mathcal{W}_{ii} < 0, \quad (g, h, i) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$$

[0191]

[0192] (수학적식 22)

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{ghij} + \mathcal{O}_{ghji} - \text{He}\{\mathcal{W}_{ij}\} < 0, \\ (g, h, i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_J \times \mathcal{I}_R \end{aligned}$$

[0193]

[0194] (수학적식 23)

$$\mathcal{P}_{hii} - \mathcal{Z}_{ii} < 0, \quad (h, i) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$$

[0195]

[0196] (수학적식 24)

$$\mathcal{P}_{hij} + \mathcal{P}_{hji} - \text{He}\{\mathcal{Z}_{ij}\} < 0, \quad (h, i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_J \times \mathcal{I}_R$$

[0197]

[0198] 여기에서, O_{ghij} 와 P_{hij} 는 다음과 같다.

$$O_{ghij} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} TP_{1i} \\ -\text{He}\{X_i\} \end{pmatrix} & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & \begin{pmatrix} Q_{1i} \\ -\text{He}\{X_i\} \end{pmatrix} & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma I & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{T}X_i + A_iX_j \\ +B_{u_i}K_j \end{pmatrix} & -B_{u_i}K_j & B_{w_i} & I & 0 & -\frac{1}{T}P_{1h} & * & * & * \\ 0 & 0 & Y_iB_{w_j} & Y_i & 0 & 0 & -Q_{2i} & * & * \\ \begin{pmatrix} D_gX_i \\ +E_gK_i \end{pmatrix} & -E_gK_i & 0 & 0 & D_g & 0 & 0 & -\gamma I & * \\ \begin{pmatrix} A_iX_j \\ +B_{u_i}K_j \end{pmatrix} & -B_{u_i}K_j & B_{w_i} & I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{(l^2+1)T^2}I \end{bmatrix}$$

[0199]

$$P_{hij} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T}P_{2i} & * & * \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{T}Y_i + Y_iA_j \\ -L_iC_j \end{pmatrix} & TP_{2h} - \text{He}\{Y_i\} + Q_{2i} & * \\ I & 0 & -Q_{1i} \end{bmatrix}$$

[0200]

[0201] 만약 가정 1과 2가 글로벌(global)하게 되면 \mathcal{B}_{02} 는 리던던트(redundant)하게 되고, 클레임은 글로벌하게 된다.

[0202] 이러한 결론의 확증은 $\Delta A_i=0, \Delta B_{u_i}=0, \Delta B_{w_i}=0, \Delta C_i=0, \Delta D_i=0, \Delta E_i=0$ 및 $I_\Delta=0$ 일 때 정리 1로부터 가능하다.

[0203] 수학적식1에서 $w=0$ 이면, 문제 1은 강인한 샘플 데이터 관측기 기반의 출력 피드백 안정화 문제가 되며 추가적으로 다음 결론을 얻게 된다.

[0204] 결론(Corollary) 2: 정리 1: 주어진 초기 상태 $(x_0, e_0) \in \mathcal{B}_{01}$ 에 대해, $w=0$ 일 때 수학적식 1의 비선형 시스템은 샘플 데이터 관측기에 기반한 출력 피드백 제어기(수학적식 3과 4)에 의해 강인하게 점근적으로 안정하다

[0205] 이때, $P_{1i} - P_{1i}^T \succ 0, P_{2i} = P_{2i}^T \succ 0, Q_{1i} = Q_{1i}^T \succ 0, Q_{2i} = Q_{2i}^T \succ 0, Q_{3i} = Q_{3i}^T \succ 0, K_i, L_i, X_i, Y_i, W_{ij}$ 및 Z_{ij} 는 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \gamma \in \mathbb{R}_{>0}$ 이 주어질 때 다음을 만족한다.

[0206] LMIs (12) 내지 (15)에서

[0207] (수학적식 25)

$$Q_{hii} - W_{ii} \prec 0, \quad (h, i) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$$

[0208]

[0209] (수학적식 26)

$$Q_{hij} + Q_{hji} - \text{He}\{W_{ij}\} \prec 0, \\ (h, i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_J \times \mathcal{I}_R$$

[0210]

[0211] 여기에서, Q_{hij} 는 다음과 같다.

$$Q_{hij} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} TP_i \\ -He\{X_i\} \end{pmatrix} & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & \begin{pmatrix} Q_2 \\ -He\{X_i\} \end{pmatrix} & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -I & * & * & * & * & * & * & * \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{T}X_i + A_iX_j \\ +B_{u_i}K_j \end{pmatrix} & -B_{u_i}K_j & I & \begin{pmatrix} -\frac{1}{T}P_{i_k} \\ +\epsilon_{1_i}M_{x_i}M_{x_i}^T \end{pmatrix} & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 & -Q_3 & * & * & * & * & * \\ \begin{pmatrix} A_iX_j \\ +B_{u_i}K_j \end{pmatrix} & -B_{u_i}K_j & I & \epsilon_{1_i}M_{x_i}M_{x_i}^T & 0 & \begin{pmatrix} -\frac{2}{((\Delta_i)^2+1)T^2}I \\ +\epsilon_{1_i}M_{x_i}M_{x_i}^T \end{pmatrix} & * & * & * & * \\ \begin{pmatrix} N_{x_i}X_j \\ +N_{x_{w_i}}K_j \end{pmatrix} & -N_{x_{w_i}}K_j & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{1_i}I & * & * & * \\ N_{x_{w_i}}K_j & -N_{x_{w_i}}K_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{2_i}I & * & -\epsilon_{2_i}^{-1}I \\ X_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Q_{1_i} & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{x_i}^T Q_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[0212]

[0213] 만약 가정 1과 2가 글로벌(global)하게 되면 \mathcal{B}_0 는 리던던트(redundant)하게 되고, 클레임은 글로벌하게 된다.

[0214] 분석(Remark) 1: 정리 1에서 합성 조건은 한 세트의 실현 가능한 해이다. 그들중의 하나는 수학적 5에 있어 최상의 γ 로 $\gamma_{opt} \in \mathbb{R}_{>0}$ 에서 일반 고유치 문제를 다음과 같이 재공식화하여 해결 가능하다.

[0215] (수학적 27)

Minimise

$$P_{1_i}, P_{2_i}, Q_{1_i}, Q_{2_i}, Q_{3_i}, K_i, L_i, X_i, Y_i \quad \gamma_{opt}$$

$$W_{ij}, Z_{ij}, \epsilon_{1_i}, \epsilon_{2_i}, \epsilon_{3_i}, \epsilon_{4_i}, \epsilon_{5_i}, \gamma$$

subject to LMIs (10)–(15), and

$$\gamma < \gamma_{opt}.$$

[0216]

[0217] 유사하게, γ_{opt} 에 대한 결론 1의 최적해는 다음으로부터 구해진다.

Minimise

$$P_{1_i}, P_{2_i}, Q_{1_i}, Q_{2_i} \quad \gamma_{opt}$$

$$K_i, L_i, X_i, Y_i, W_{ij}, Z_{ij}, \gamma$$

subject to LMIs (14), (15), (21)–(24), and (27).

[0218]

[0219] 이러한 해석은 MATLAB의 LMI 툴박스의 GEVP 함수로부터 해결할 수 있다.

[0220] 분석(Remark) 2: 여기에서 비선형 시스템의 샘플 이론은 충분히 검토되지 않았다. 여기에서, T 는 $T < \min_{i \in \mathcal{I}_R} \left\{ \frac{\pi}{\Omega(\lambda(A_i))} \right\}$ 를 만족하도록 선택되어야 한다. 그렇지 않으면, LMIs를 전개할때에 실현 가능한 해가 선택된 T 의 조건에서 발견되지 않을 수 있다. 이때 해결 가능한 한가지 방법은 정리1(결론1과 2)에서 Δ_{0_1} (Δ_{0_2} 와 Δ_{0_1})을 조절하면서 이분 검색으로 T 를 적용할 수 있으며 이에 따라 T 와 초기 집합의 트레이드 오프(trade-off)가 가능하다.

[0221] 분석(Remark) 3: 입력 지연 접근은 연속 시간 제어 이론에서 사용가능하다. 이것은 어떤 종류의 샘플 데이터 제어 시스템의 분석을 간단하게 한다. 그러나, 이것은 이산 시간 관측기를 가지는 샘플 데이터 출력 피드백 제어기에 대한 것이 아니다. 그와 반대로 여기에서 접근은 이산 시간 제어 이론에 기반하고 있어 어려움에 직면하지 않는다. 그러나, 본 발명을 강인 H_∞ 제어에서 적용하는 경우에, 가정2에서 논의한 립슈츠 성질이 f 와 Δf 에

서 필요하다.

[0222] 분석(Remark) 4: 본 발명을 선행 문헌 Kim&Lee, 2009와 Kim et al., 2010와 비교하면 다음과 같다.

[0223] (1) 선행 문헌은 불확실성 또는 외란을 고려하는 것 없이 어떤 종류의 비선형 시스템에 응용할 수 있다. 그러한 것을 다루는데 있어서 직접 이산 시간 설계에서 이산화 과정은 예상한대로 설계와 분석에 도움이 되는 구조에 있어서 얼마간의 불확실한 정보를 피할 수 없어 간단하지 않다.

[0224] (2) 선행 문헌의 Kim and Lee(2009)가 샘플 데이터 제어기를 설계하는데 있어 근사 이산 시간 모델을 사용한 반면에, 본 발명은 정확한 이산 시간 모델에 의존하고 있다. 이미 언급한 바와 같이 정확성과 근사성의 불일치는 실제 샘플 데이터 제어 시스템이 근사 이산 시간 모델의 점근적 안정을 유지시키지 못한다. 이와 반대로 본 발명은 실제 샘플 데이터 제어 시스템에 있어서 점근적 안정을 보장한다.

[0225] <예제>

[0226] 다음과 같이 주어지는 비선형 매스 스프링(mass-spring) 시스템을 고려한다.

$$f(x, w, u) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -0.01x_1 - 0.67x_1^3 + w + u \end{bmatrix}$$

$$\Delta f(x, w, u) = 0.045 \begin{bmatrix} \delta_1 x_2 + 0.8\delta_1 u \\ -0.01\delta_1 x_1 - 0.67\delta_1 x_1^3 + \delta_1 w + 0.4\delta_1 u \end{bmatrix}$$

$$h(x) = x_1, \quad \Delta h(x) = 0, \quad g(x, u) = 0.1x_2 + 0.1u$$

$$\Delta g(x, u) = 0.1\delta_2 g(x, u)$$

[0227]

[0228] δ_i 는 $|\delta_i| < 1$ 을 만족하는 미지의 스칼라 함수이고, $L_2[0, 10]$ 에 속하는 $t \in R_{[0, 10]}$ 에서 $w = \cos(30t)$ 다. 이와 같은 상황에서 $\Delta_y = 1$ 을 가지는 B_y 에서 계산하면 다음과 같다.

$$\left\| \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] \right\| = \max \{ 1, |-0.01 - 2.01x_1^2| \} \leq 2.02$$

$$\left\| \left[\frac{\partial \Delta f}{\partial x} \right] \right\| = 0.45 \times \max \{ |0.1\delta_1|, |-0.001\delta_1 - 0.201\delta_1 x_1^2| \}$$

$$\leq 0.0909$$

[0229]

[0230] 따라서, f 와 Δf 는 $l = 2.02$ 와 $l_\Delta = 0.0909$ 를 가지는 x 에서 립쉬츠하다.

[0231] 선행문헌 Tanaka and Wang(2001)에 의하면, 관심을 갖는 불확실한 비선형 시스템은 B_y 에서 $r=2$ 이면 수학적 2에 의해 정확하게 모델링 될수 있다.

[0232] 그것은 다음의 소성 강도를 포함한다.

$$\theta_i(\mu) = \theta_i(y) = \begin{cases} \frac{y^2 - a_2}{a_1 - a_2}, & \text{for } i = 1; \\ 1 - \theta_1(y), & \text{otherwise} \end{cases}$$

[0233]

[0234] $\mu := y = x_1$ 과, $a_1\theta_1(y) + a_2\theta_2(y) = y^2$ 와, $\theta_1(y) + \theta_2(y) = 1$ 그리고 $\theta_1(y)$ 와 $\theta_2(y)$ 가 $R_{[0, 1]}$ 에 포함되어 있는 경우에 시스템 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 A_i &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & -0.67a_i \end{bmatrix}, & B_{w_i} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 B_{u_i} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, & C_i &= [1 \ 0], & D_i &= [0 \ 0.1] \\
 E_i &= 0.1, & M_{x_i} &= 0.45, & M_{z_i} &= 0.1, & F_{x_i} &= \delta_1 \\
 & & F_{z_i} &= \delta_2 N_{x_i} = 0.1 A_i, & N_{x_{w_i}} &= 0.1 B_{w_i} \\
 N_{x_{u_i}} &= \begin{bmatrix} 0.08 \\ 0.04 \end{bmatrix}, & N_{z_i} &= D_i, & N_{z_{u_i}} &= E_i
 \end{aligned}$$

[0235]

[0236] 여기서, $a_1 := \sup_{y \in \mathcal{B}_y} \{y^2\} = 1$ 이고, $a_2 := \inf_{y \in \mathcal{B}_y} \{y^2\} = 0$ 이다.

[0237] 본 발명은 T=0.02에서 수학식3과 4의 형식으로 강인 H ∞ 샘플 데이터 관측기 기반의 출력 피드백 제어를 설계하였다. 제안된 방법의 효과를 극대화하기 위하여 그것을 다음의 샘플 데이터 상태 피드백 퍼지 제어기에 근거한 근사 이산 시간 설계와 비교하였다.

$$u = u_{kT} := \sum_{i=1}^r \theta_i(y_{kT}) K_i x_{kT}$$

[0238]

[0239] $t \in [kT, kT + T)$ 와 $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ 에서 해당 시스템을 공칭 근사 이산 시간 모델로 다음과 같이 설계하였다.

$$\begin{cases}
 x_{kT+T} \approx \sum_{i=1}^r \theta_i(y_{kT})(G_i x_{kT} + H_{w_i} w_{kT} + H_{u_i} u_{kT}) \\
 z_{kT} = \sum_{i=1}^r \theta_i(y_{kT})(D_i x_{kT} + E_i u_{kT})
 \end{cases}$$

[0240]

[0241] 여기서, $G_i := e^{A_i T}$ 이고, $H_{w_i} := \int_{kT}^{kT+T} e^{A_i(kT+T-\tau)} B_{w_i} d\tau$ 이고,

$H_{u_i} := \int_{kT}^{kT+T} e^{A_i(kT+T-\tau)} B_{u_i} d\tau$ 이다.

[0242] 수학식 28의 점근적 안정 이득 k_i 는 다음과 같으며,

$$\begin{aligned}
 K_1 &= 10^3 \times [-1.918 \ -0.069], \\
 K_2 &= 10^3 \times [-1.918 \ -0.069]
 \end{aligned}$$

[0243]

[0244] $K_i := M_i X_i^{-1}$ 에서 $(\gamma, \alpha) = (0.8, 0.4)$ 일때 다음 LMI 조건을 해석하여 구해진다.

$$\begin{bmatrix} P_i - \alpha H e \{ X_j \} & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * \\ A_i X_j + B_{2i} M_j & B_{1i} & -X_g & * \\ D_i X_j + E_i M_j & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0,$$

$(g, i, j) \in \mathcal{I}_2 \times \mathcal{I}_2 \times \mathcal{I}_2$

[0245]

[0246] 수학적식 7과 28 사이에 있어서 알려지지 않은 불확실성을 함께 가지고 있으며 정확성과 근사성의 불일치는 원하지 않는 결과를 가져온다.

[0247] 이와 달리 분석 1에 근거한 정리 1에 의한 LMIs 해석은 다음과 같은 이득을 얻는다.

$$\begin{aligned} K_1 &= [1.446 \quad -2.523], & K_2 &= [1.744 \quad -2.727] \\ X_1 &= \begin{bmatrix} 3.079 & -1.575 \\ -1.482 & 2.167 \end{bmatrix}, & X_2 &= \begin{bmatrix} 3.073 & -1.585 \\ -1.784 & 2.361 \end{bmatrix} \\ L_1 &= \begin{bmatrix} 5.595 \\ -0.007 \end{bmatrix}, & L_2 &= \begin{bmatrix} 5.142 \\ 0.004 \end{bmatrix} \\ Y_1 &= \begin{bmatrix} 0.166 & -0.007 \\ -0.007 & 0.001 \end{bmatrix}, & Y_2 &= \begin{bmatrix} 0.152 & -0.007 \\ -0.007 & 0.001 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

[0248]

[0249] 수학적식 3과 4에 대하여 예상되는 감쇠 레벨은 $\gamma = 0.347$ 아래로 최소화되어 있다.

[0250] 도 2는 페루프 상태(붉은 색으로 선으로 표시됨), 그 추정(파란색의 선으로 표시됨) 그리고 샘플 데이터 제어 입력의 시간 응답을 $(x_0, \hat{x}_0) = (0, 0)$ 에서 보여준다.

[0251] 상기 제어기는 수학적식 3과 4가 결합되어 있으며 $t \in \mathbb{R}_{[0,10]}$ 에서 $w \neq 0$ 이면 수학적식 5에서 원하는 H_∞ 제어 성능을 보여주며, $t \in \mathbb{R}_{>10}$ 에서 $w = 0$ 일때 점근적인 안정 특성을 보여준다. 참으로, 도 2는 $\frac{\|z\|_{\mathcal{L}_2}}{\|w\|_{\mathcal{L}_2}} = \frac{9.431 \times 10^{-5}}{5.005} < \gamma = 0.347$ 을 보여준다. 이것은 정리 1의 전개와 일치한다.

[0252] 도 3은 $(x_0, \hat{x}_0) = ((0.5, 0), (0, 0))$ 에서 시간 응답을 보여준다. 제어 성능은 상당히 만족스럽다. 마지막으로, $T = 0.1$ 에서 다음을 얻는다. 상태는 붉은색의 선으로, 추정은 파란색의 선으로 표시되어 있다.

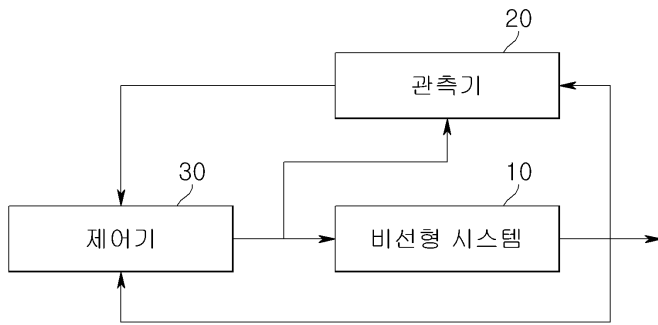
$$\begin{aligned} K_1 &= [2.615 \quad -3.331], & K_2 &= [1.759 \quad -3.130] \\ X_1 &= \begin{bmatrix} 5.390 & -1.690 \\ -1.581 & 2.335 \end{bmatrix}, & X_2 &= \begin{bmatrix} 5.270 & -1.698 \\ -2.283 & 2.590 \end{bmatrix} \\ L_1 &= \begin{bmatrix} 2.401 \\ -0.008 \end{bmatrix}, & L_2 &= \begin{bmatrix} 2.391 \\ -0.005 \end{bmatrix} \\ Y_1 &= \begin{bmatrix} 0.287 & -0.035 \\ -0.035 & 0.007 \end{bmatrix}, & Y_2 &= \begin{bmatrix} 0.287 & -0.034 \\ -0.034 & 0.007 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

[0253]

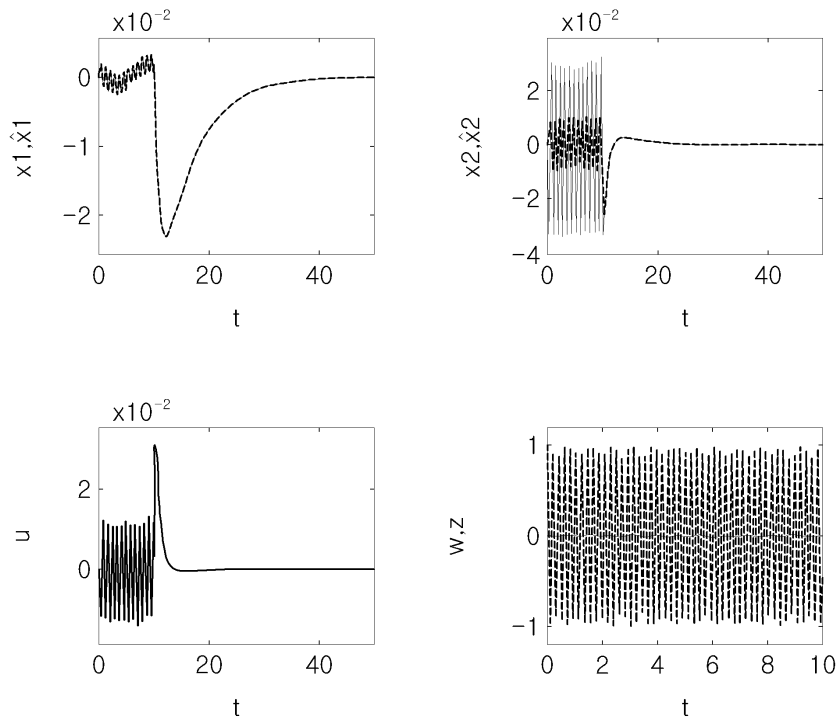
[0254] 여기에서, 최소화된 감쇠 레벨은 $\gamma = 0.321$ 로 주어진다.

도면

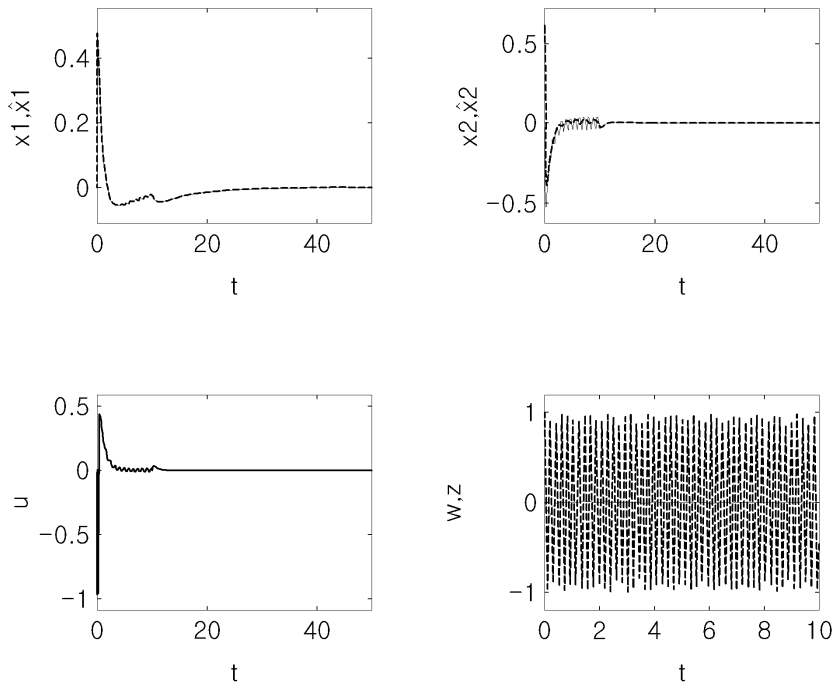
도면1



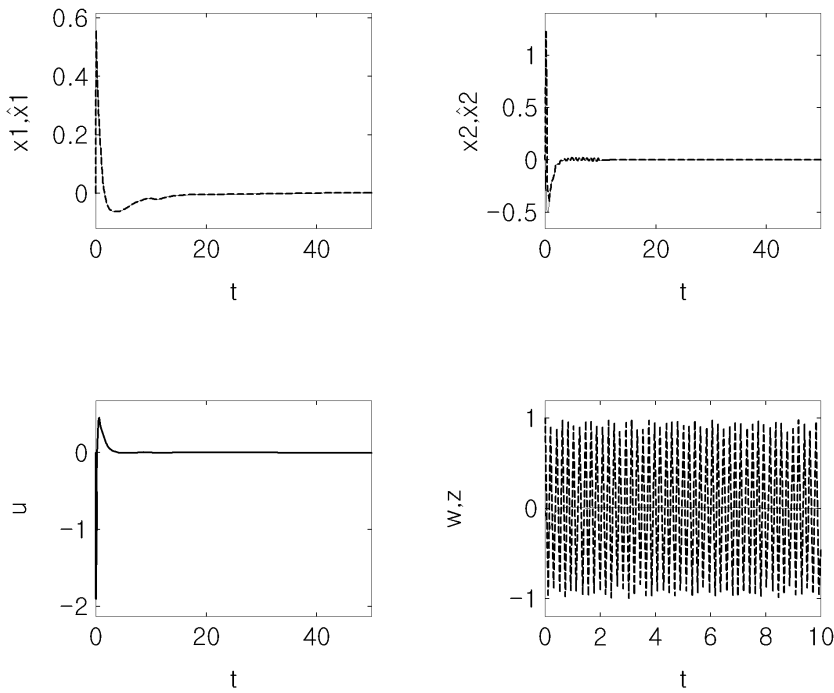
도면2



도면3



도면4



도면5

