



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2015년01월15일
(11) 등록번호 10-1481896
(24) 등록일자 2015년01월06일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
B25J 13/00 (2006.01) B25J 17/00 (2006.01)
(21) 출원번호 10-2013-0073143
(22) 출원일자 2013년06월25일
심사청구일자 2013년06월25일
(65) 공개번호 10-2015-0000942
(43) 공개일자 2015년01월06일
(56) 선행기술조사문헌
논문1.2003.11
논문2.2012.10
논문3.2012.4

(73) 특허권자
한밭대학교 산학협력단
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
(72) 발명자
김영식
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
(74) 대리인
김대영

전체 청구항 수 : 총 4 항

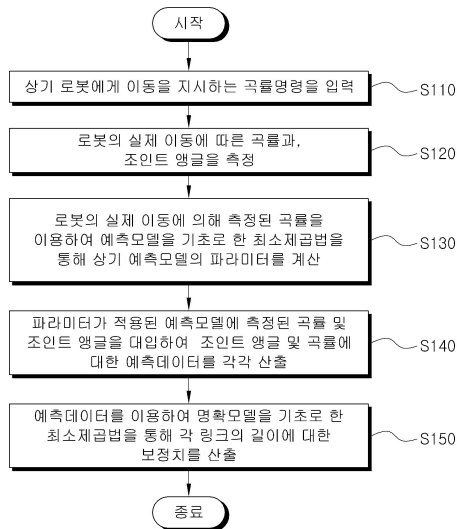
심사관 : 박영근

(54) 발명의 명칭 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정 방법

(57) 요약

본 발명은 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 운동을 정확하게 제어할 수 있도록 링크의 길이에 대한 보정치를 산출함에 있어 선형모델 기반의 최소제곱법을 조합하여 계산하는 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정 방법에 관한 것이다.

대표도 - 도4



이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호 2013-028173

부처명 교과부

연구관리전문기관 한밭대학교

연구사업명 기초연구사업

연구과제명 생체에서 영감을 얻은 컴플라이언스 응용 모듈형 모바일 로봇의 설계와 모션 제어

기여율 1/1

주관기관 한국연구재단

연구기간 2012.05.01 ~ 2015.04.30

특허청구의 범위

청구항 1

위치 및 각도 측정센서와 컴퓨터를 이용하여 조인트를 통해 연결된 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정 시스템을 통해 수행되는 파라미터 보정방법에 있어서,

상기 로봇에게 임의의 경로를 움직이도록 이동을 지시하는 곡률명령을 입력하여 상기 로봇을 이동시키는 단계(S110);

위치 및 각도 측정을 위한 센서를 사용하여 1/경로의 곡률반경(R)로 표현되는 상기 로봇의 실제 이동에 따른 곡률(κ_m)과, 연결된 링크의 사이 각도인 조인트 앵글을 측정하는 단계(S120);

상기 조인트 앵글 및 상기 로봇의 실제 이동에 의해 측정된 곡률(κ_m)을 이용하여, 상기 조인트 앵글과 곡률과의 관계를 나타낸 방정식인 예측모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 상기 예측모델의 파라미터를 계산하는 단계(S130);

상기 파라미터가 적용된 예측모델에 측정된 곡률 및 조인트 앵글을 대입하여 조인트 앵글 및 곡률에 대한 예측데이터를 각각 산출하는 단계(S140);

상기 예측데이터를 이용하되, 상기 조인트 앵글과 곡률과 각 링크의 길이에 대한 관계를 나타낸 방정식인 정확모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 각 링크의 길이에 대한 보정치를 산출하는 단계(S150); 로 이루어지되,

상기 예측모델은

PM1: $\Psi_m = a \kappa_m$ 또는 PM2: $\Psi_m = a \kappa_m + b$; (Ψ_m : 측정된 조인트 앵글, κ_m : 측정된 곡률, a 및 b : 예측모델의 파라미터)

로 표현되는 두 가지 모델 중에서 선택되고,

상기 정확모델은,

EM1: $\sin\Psi = \kappa \cos\Psi L_1 + \kappa L_2$,

EM2: $\kappa \cos\Psi = \sin\Psi \left(\frac{1}{L_1} - \kappa \frac{L_2}{L_1} \right)$,

EM3: $\kappa = \sin\Psi \left(\frac{1}{L_2} \right) - \kappa \cos\Psi \left(\frac{L_1}{L_2} \right)$; (κ : 곡률, Ψ : 조인트 앵글, L_1 : 첫 번째 링크의 길이, L_2 : 두 번째 링크의 길이)로 표현되는 세 가지 모델 중에서 선택되는 것을 특징으로 하는 두 개의 링크를 갖는

논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정방법.

청구항 2

제1항에 있어서,

상기 최소제곱법은,

OLS1: 피팅에러를 출력에러로 적용하는 최소제곱법과,

OLS2: 피팅에러를 입력에러로 적용하는 최소제곱법과,

TLS: 피팅에러를 $\sqrt{(\text{입력에러})^2 + (\text{출력에러})^2}$ 로 적용하는 최소제곱법 중에서 선택되는 것을 특징으로 하는 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정방법.

청구항 3

삭제

청구항 4

제2항에 있어서,

상기 예측모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 상기 예측모델의 파라미터를 계산하는 단계는 OLS2와 PM1의 조합 또는 TLS와 PM1의 조합으로 이루어진 예측모델을 기초로 한 최소제곱법 중에서 선택되는 것을 특징으로 하는 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정방법.

청구항 5

삭제

청구항 6

제2항에 있어서,

상기 정확모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 각 링크의 길이에 대한 보정치를 산출하는 단계는 OLS1과 EM1의 조합과, OLS1과 EM2의 조합과, OLS1과 EM3의 조합과, TLS와 EM1과 EM2와 EM3의 조합 중 선택되는 조합으로 이루어진 정확모델을 기초로 한 최소제곱법 중에서 선택되는 것을 특징으로 하는 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정방법.

명세서

기술분야

[0001] 본 발명은 파라미터 보정 방법에 관한 것으로, 자세하게는 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 운동을 정확하게 제어할 수 있도록 링크의 길이에 대한 보정치를 산출함에 있어 선형모델 기반의 최소제곱법을 조합하여 계산하는 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정 방법에 관한 것이다.

배경기술

[0002] 로봇이나 무인차 등의 이동로봇에 있어서, 그 구동장치는 이동로봇의 운동성과 제어에 밀접한 영향을 미치며 구동장치의 구조 및 파라미터에 따라 제어의 용이함과 정확도가 결정된다.

[0003] 도 1(a)는 통상적인 조향구동방식을 갖는 이동로봇의 구동장치를 나타낸 평면도로서, 몸체의 하부에 설치된, 한 쌍의 앞바퀴는 조향용으로, 한 쌍의 뒷바퀴는 구동용으로 작용하여 로봇을 움직이게 된다.

[0004] 이러한 조향구동방식의 구동장치는, 앞바퀴에 결합된 조향모터가 앞바퀴를 조향함으로써 이동로봇의 몸체에 조향회전을 주며, 차동기어를 통해 뒷바퀴에 결합된 구동모터가 뒷바퀴를 구동함으로써 몸체에 구동회전을 주어, 이동로봇을 직진운동시킨다.

[0005] 도 1(b)는 두 개의 링크를 갖는 트레일러방식의 이동로봇의 구동장치를 나타낸 평면도이다.

[0006] 하지만, 도 1(b)의 트레일러와 같이 앞바퀴와 뒷바퀴가 링크와 조인트를 통해 결합된 논홀로노믹 로봇의 경우 각 링크가 조인트에 의해 물리적으로 구속됨으로 인해 구동성과 제어를 위한 분석이 어려워 시간 경과에 따른

마모로 물리적 공차가 발생시 실제 로봇의 움직임과 이동을 위해 입력된 명령값의 오차가 발생하였으며, 로봇의 링크의 길이에 대한 보정치를 산출 또는 보정을 위해 로봇의 움직임을 측정시 센서에서 발생하는 각종 노이즈로 인해 계산에 어려움이 있었다.

발명의 내용

해결하려는 과제

[0007] 본 발명은 상기와 같은 문제점을 해결하기 위하여 창출된 것으로, 본 발명의 목적은 선형모델 기반의 최소제곱법을 조합하여 사용하여 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 실제 이동이 이동 명령값과 일치하는 등 정확한 위치제어가 이루어질 수 있도록 링크의 길이에 대한 보정치를 산출하는 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정 방법을 제공하는 것이다.

과제의 해결 수단

[0008] 상기와 같은 목적을 위한 본 발명 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정방법은 위치 및 각도 측정센서와 컴퓨터를 이용하여 조인트를 통해 연결된 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정 시스템을 통해 수행되는 파라미터 보정방법에 있어서, 상기 로봇에게 임의의 경로를 움직이도록 이동을 지시하는 곡률명령을 입력하여 상기 로봇을 이동시키는 단계; 위치 및 각도 측정을 위한 센서를 사용하여 1/경로의 곡률 반경(R)로 표현되는 상기 로봇의 실제 이동에 따른 곡률(κ_m)과, 연결된 링크의 사이 각도인 조인트 앵글을 측정하는 단계; 상기 조인트 앵글 및 상기 로봇의 실제 이동에 의해 측정된 곡률(κ_m)을 이용하여, 상기 조인트 앵글과 곡률과의 관계를 나타낸 방정식인 예측모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 상기 예측모델의 파라미터를 계산하는 단계; 상기 파라미터가 적용된 예측모델에 측정된 곡률 및 조인트 앵글을 대입하여 조인트 앵글 및 곡률에 대한 예측데이터를 각각 산출하는 단계; 상기 예측데이터를 이용하되, 상기 조인트 앵글과 곡률과 각 링크의 길이에 대한 관계를 나타낸 방정식인 정확모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 각 링크의 길이에 대한 보정치를 산출하는 단계; 로 이루어지는 것을 특징으로 한다.

[0009] 이때 상기 최소제곱법은, 피팅에러를 출력에러로 적용하는 최소제곱법(OLS1)과, 피팅에러를 입력에러로 적용하는 최소제곱법(OLS2)과, 피팅에러를 $\sqrt{(\text{입력에러})^2 + (\text{출력에러})^2}$ 로 적용하는 최소제곱법(TLS) 중에서 선택될 수 있다.

[0010] 또한, 상기 예측모델은, PM1: $\Psi_m = a \kappa_m$ 또는 PM2: $\Psi_m = a \kappa_m + b$; (Ψ_m : 측정된 조인트 앵글, κ_m : 측정된 곡률, a 및 b : 예측모델의 파라미터)로 표현되는 두 가지 모델 중에서 선택될 수 있다.

[0011] 상기 예측모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 상기 예측모델의 파라미터를 계산하는 단계는 OLS2와 PM1의 조합 또는 TLS와 PM1의 조합으로 이루어진 예측모델을 기초로 한 최소제곱법 중에서 선택되는 것이 바람직하다.

[0012] 또한, 상기 정확모델은 EM1: $\sin\Psi = \kappa \cos\Psi L_1 + \kappa L_2$, EM2: $\kappa \cos\Psi = \sin\Psi \left(\frac{1}{L_1} - \kappa \frac{L_2}{L_1} \right)$, EM3: $\kappa = \sin\Psi \left(\frac{1}{L_2} \right) - \kappa \cos\Psi \left(\frac{L_1}{L_2} \right)$; (κ : 곡률, Ψ : 조인트 앵글, L_1 : 첫 번째 링크의 길이, L_2 : 두 번째 링크의 길이)로 표현되는 세 가지 모델 중에서 선택될 수 있다.

[0013] 상기 정확모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 각 링크의 길이에 대한 보정치를 산출하는 단계는 OLS1과 EM1의 조합과, OLS1과 EM2의 조합과, OLS1과 EM3의 조합과, TLS와 EM1과 EM2와 EM3의 조합 중 선택되는 조합으로 이루어진 정확모델을 기초로 한 최소제곱법 중에서 선택되는 것이 바람직하다.

발명의 효과

[0014] 본 발명을 통해 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 동작 특성에 따른 정확한 파라미터의 산출 및 보정이 가능함에 따라, 로봇의 정밀한 제어가 가능하고, 로봇의 운동성능을 향상시킬 수 있게 된다.

도면의 간단한 설명

- [0015] 도 1(a)는 통상적인 조향구동방식을 갖는 이동로봇의 구동장치를 나타낸 평면도,
- 도 1(b)는 두 개의 링크를 갖는 트레일러방식의 이동로봇의 구동장치를 나타낸 평면도,
- 도 2 (a)는 출력 에러를 기초로하는 일반 최소제곱법(OLS1)에서의 에러 개념을 나타낸 그래프,
- 도 2 (b)는 입력 에러를 기초로하는 일반 최소제곱법(OLS2)에서의 에러 개념을 나타낸 그래프,
- 도 2 (c)는 입력 및 출력 에러를 기초로하는 종합 최소제곱법(TLS)에서의 에러 개념을 나타낸 그래프,
- 도 3은 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 운동학적 모델을 나타낸 개념도,
- 도 4는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정방법을 나타낸 순서도,
- 도 5는 본 발명에서의 정확모델과 예측모델을 비교한 그래프,
- 도 6은 본 발명에서의 최소제곱법과 모델들에 대한 조합을 나타낸 개념도,
- 도 7은 세 가지 타입의 곡률 명령들의 일례를 나타낸 그래프,
- 도 8은 세 가지 다른 곡률명령과 이상적인 센서측정값들을 가정한 EMLS 계산을 나타낸 차트,
- 도 9는 세 가지 다른 곡률명령을 적용한 실제적 센서 측정값들을 위한 EMLS의 에러 계산을 나타낸 차트,
- 도 10은 세 가지 다른 곡률명령을 적용하고 센서 노이즈가 없는 것을 가정한 PM2를 이용한 PMLS의 계산을 나타낸 차트,
- 도 11은 세 가지 다른 곡률명령을 적용하고 센서 노이즈가 없는 것을 가정한 PM1을 이용한 PMLS의 계산을 나타낸 차트,
- 도 12는 세 가지 다른 곡률명령을 적용한 실제적 센서 측정값들을 반영한 PM2를 이용한 PMLS의 계산을 나타낸 차트,
- 도 13은 세 가지 다른 곡률명령을 적용한 실제적 센서 측정값들을 반영한 PM1을 이용한 PMLS의 계산을 나타낸 차트,
- 도 14는 하모닉 곡률에서의 실제적인 센서측정결과를 반영한 CLS의 에러를 나타낸 그래프,
- 도 15는 곡선 곡률에서의 실제적인 센서측정결과를 반영한 CLS의 에러를 나타낸 그래프,
- 도 16은 선형 곡률에서의 실제적인 센서측정결과를 반영한 CLS의 에러를 나타낸 그래프이다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

- [0016] 이하, 첨부된 도면을 참조하여 본 발명 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정 방법을 구체적으로 설명한다.
- [0017] 설명에 앞서, 본 발명에서는 파라미터의 산출을 위해 선형회귀모델을 위한 최소제곱법(least squares)을 사용하며, 구체적으로 일반 최소제곱법(ordinary least squares, OLS) 및 종합 최소제곱법(total least squares, TLS)를 사용하게 된다.
- [0018] 먼저, 일반 최소제곱법(ordinary least squares, 이하, "OLS"로 칭함)에서 통상적으로 선형회귀모델은 다음의 식을 통해 표현될 수 있다.

수학식 1

$$y_i = f(\eta_i, \beta) = \sum_{j=1}^n \eta_{ij} \beta_j$$

[0019]

[0020] 상기 [수학식 1]은 n개의 입력변수들 $\eta_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 및 n개의 미확인 파라미터들 $\beta \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 의 선형조합에 이루어지게 되며, y_i 는 출력 변수를, p는 입력 및 출력 측정치의 개수를 각각 나타낸다.

[0021]

매트릭스-벡터(matrix-vector) 방식을 사용함으로써 상기 [수학식 1]은 다음과 같이 표현될 수 있다.

수학식 2

$$y = A\beta$$

[0022]

[0023] β 는 주어진 입력/출력 측정값이 주어짐에 따라 선형최소제곱법을 사용하여 쉽게 계산될 수 있다. 또한, 특히 평면상의 직선임을 고려할 때 선형모델인 상기 [수학식 1]은 다음과 같이 간략히 표현될 수 있다.

수학식 3

$$y_i = ax_i + b$$

[0024]

[0025] $i=1, \dots, p$ (x_i : 입력변수, $\beta = [a \ b]^T$)

[0026] 여기서 출력 측정값 $Y = [Y_1 \ \dots \ Y_p]^T$ 와, 입력 측정값 $X = [X_1 \ \dots \ X_p]^T$ 가 주어지면, 최소제곱법을 사용하여 미확인 파라미터(unknown parameters) β 의 계산이 가능하다.

[0027] 특히, 본 발명에서는 적용되는 피팅 에러(fitting error)에 따라 최소제곱법(least squares)을 다음과 같이 구분한다.

[0028] 1) 출력 에러 Δy_i 기초의 일반 최소제곱법(ordinary least squares, 이하 "OLS1"이라 칭함), 2) 입력 에러 Δx_i 기초의 일반 최소제곱법(ordinary least squares, 이하 "OLS2"라 칭함), 3) 입력에러 Δx_i 및 출력에러 Δy_i 를 모두 기초로 하는 종합 최소제곱법(total least squares, 이하 "TLS"라 칭함)

[0029] 도 2 (a)는 출력 에러를 기초로하는 일반 최소제곱법(OLS1)에서의 에러 개념을 나타낸 그래프, 도 2 (b)는 입력 에러를 기초로하는 일반 최소제곱법(OLS2)에서의 에러 개념을 나타낸 그래프, 도 2 (c)는 입력 및 출력 에러를 기초로하는 종합 최소제곱법(TLS)에서의 에러 개념을 나타낸 그래프로서, 피팅 에러(fitting error) $e = [e_1 \ \dots \ e_p]^T$ 는 각 최소제곱법에 따라 다음과 같이 세 가지로 식으로 정의된다.

수학식 4

$$OLS1: e_i = \Delta y_i$$

[0030]

[0031] $OLS2: e_i = \Delta x_i,$

[0032] $TLS: e_i = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2}$

[0033] 여기서 에러는 실제 측정값에서 모델값을 뺀 값으로 입력에러(Δx_i) 및 출력에러(Δy_i)는 각각 다음과 같이 정의한다.

수학식 5

[0034] $\Delta x_i = X_i - x_i$

[0035] (X_i : 실제 측정된 입력값, x_i : 모델 입력값)

[0036] $\Delta y_i = Y_i - y_i$

[0037] (Y_i : 실제 측정된 출력값, y_i : 모델 출력값)

[0038] 먼저, OLS1는 도 2(a)에서와 같이 측정값들과 $\Delta x_i=0$ ($x_i=X_i$)으로 가정한 모델에서 출력에러를 최소화하는 전통적인 일반 최소제곱법(ordinary least squares)를 나타낸다. 상기 [수학식 2]와 상기 [수학식 4] 및 [수학식 5]의 에러의 정의를 사용하면, OLS1에서의 피팅 에러는 다음과 같이 표현된다.

수학식 6

[0039] $e = [\Delta y_1 \cdots \Delta y_p]^T = Y - y = Y - A\beta$

[0040] 이때 상기 [수학식 6]에서의 피팅 에러를 최소화함으로 다음과 같이 파라미터 β 를 찾을 수 있다.

수학식 7

[0041] $\min_{\beta} S = \min_{\beta} e^T e = \min_{\beta} (Y - A\beta)^T (Y - A\beta)$

[0042] 실제값 β 와 피팅 에러를 최소화함에 따른 β 를 구분함으로, OLS1에서의 β 의 계산은 다음과 같다.

수학식 8

[0043] $\beta'_{OLS1} = (A^T A)^{-1} A^T Y$

[0044] 여기서 '표시는 실제값으로부터의 계산과 구분하기 위한 표시이다.

[0045] 이후, 선형모델인 [수학식 3]에 $x_i=X_i$ 인 모델을 적용하면 다음과 같은 수학식을 얻을 수 있다.

수학식 9

$$y_i = a X_i + b$$

$$e_i = \Delta y_i = Y_i - y_i = Y_i - (a X_i + b)$$

결과적으로 미확인 파라미터와 입력 매트릭스는 다음과 같이 표현된다.

수학식 10

$$\beta = [a \ b]^T \in R^{s \times 1}, A = [X \ I_{p \times 1}] \in R^{p \times 2}$$

$\beta = a \in R^1, A = X \in R^{p \times 1}$ ($b=0, I_{p \times 1}$: $p \times 1$ 의 아이덴티티 매트릭스(identity matrix))

다음으로, 본 발명에서 OLS2는 [수학식 3]에 입력과 출력을 바꿔 적용하게 된다. 즉, 도 2(b)에서 도시한 바와 같이 OLS2는 [수학식 3]에서 입력과 출력이 바뀐 것을 제외하고는 OLS1과 같다.

따라서, $\Delta y_i = 0$ 이라 가정하여 오직 입력에러 Δx_i 만 고려함으로써, 피팅 에러는 다음과 같이 표현된다.

수학식 11

$$e_i = X_i - x_i = X_i - \left(\frac{1}{a} Y_i - \frac{b}{a} \right)$$

여기에 상기 OLS1에서와 같이 매트릭스-벡터 곱을 적용하면, OLS2에서의 β 계산은 다음과 같이 이루어진다.

수학식 12

$$\beta'_{OLS2} = (A^T A)^{-1} A^T X$$

이때 미확인 파라미터와 입력 매트릭스는 다음과 같다.

수학식 13

$$\beta = \left[\frac{1}{a} \ -\frac{b}{a} \right]^T, A = [Y \ I_{p \times 1}]$$

$\beta = 1/a, A = Y$ ($b=0$)

마지막으로 TLS는 미확인 파라미터를 찾기 위해 입력 및 출력에러를 모두 사용하는 종합 최소제곱법 (또는 ODR,

Orthogonal Distance Regression)를 나타낸다. "Overview of total least-squares methods," [I.Markovsky and S.Van Huffel, Signal Processing vol. 87, no.10, pp. 2283-302, 2007]에 소개된 방법과 같이 [수학식 2]에 특이값분해 (singular value decomposition)를 사용하게 되면 다음의 식을 얻을 수 있다.

수학식 14

$$C = [A \quad Y] = U \Sigma V^T$$

여기서, U: $p \times p$ 의 직교매트릭스, Σ : 특이값의 $p \times (n+1)$ 의 매트릭스, V: 아래와 같은 $V_{11} \in, V_{12} \in, V_{21} \in, V_{22} \in$ 로 이루어지는 $(n+1) \times (n+1)$ 의 직교매트릭스(Orthogonal matrix)이다.

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}$$

V_{22} 가 비특이성(non-singular) 일 때, β 의 계산을 위한 종합 최소제곱법은 다음과 같다.

수학식 15

$$B'_{TLS} = -V_{12} V_{22}^{-1}$$

이후 [수학식 3]에서 입력과 출력에러를 모두 고려하고, 피팅 에러를 최소화함으로써 다음과 같이 β 를 명확하게 산출할 수 있다.

수학식 16

$$\min_{\beta, \Delta x, \Delta y} S = \min_{\beta, \Delta x, \Delta y} \sum_{i=1}^p (e_i)^2 = \min_{\beta, \Delta x, \Delta y} \sum_{i=1}^p \{ (\Delta y_i)^2 + (\Delta x_i)^2 \} = \min_{\beta, \Delta x, \Delta y} \sum_{i=1}^p \frac{(Y_i - aX - b)^2}{1 + a^2}$$

다음으로 설명되는 조건수 $O(A)$ 는 외란 및 파라미터의 민감도를 조사하거나 최소제곱법의 계산을 위한 효율적인 포즈 커맨드(pose commands)를 선택하는 데 사용할 수 있는 관찰 지표(observability index)으로서, OLS1 및 OLS2에서의 조건수는 다음과 같이 정의된다.

수학식 17

$$O_{OLS}(A) = \frac{\mu_1}{\mu_n}$$

(μ_1 : $A \in R^{p \times n}$ 행렬의 최대 특이값, μ_n : 최소값)

또한, A의 특이값분해 (singular value decomposition)는 다음과 같다.

수학식 18

[0071]

$$A=U \sum V^T$$

[0072]

또한, 이와 같은 특이값들은 Σ 의 대각선값들로서, $\mu_1 > \dots > \mu_n$ 에서 $\text{diag}(\Sigma)=\text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_n)$ 이다.

[0073]

상기 조건수는 OLS1을 위한 다음의 부등식들을 만족시키며, 출력 y 에서 외란에 대한 파라미터의 민감도를 보여 준다.

수학식 19

[0074]

$$\frac{\|\delta\beta\|}{\|\beta\|} \leq O(A) \frac{\|\delta y\|}{\|y\|}$$

[0075]

따라서, 낮은 조건수는 양호한 상태를 나타내고, 높은 조건수는 불량한 조건을 나타낸다.

[0076]

"A contribution to the condition number of the total least squares problem," Z. Jia and B. Li, arXiv:1101.2342 [math.NA], 2011."에 소개된 방법을 통해 TLS를 위한 조건수는 다음과 같이 계산될 수 있다.

수학식 20

[0077]

$$O_{TLS}(A)=\|V_{11}^{-T} \text{diag}(s_1, \dots, s_n)\| \sqrt{\|\beta\|^2 + 1}$$

[0078]

$$s_i = \frac{\sqrt{\mu_1^2 + \mu_{n+1}^2}}{\mu_1 - \mu_{n+1}}$$

여기서, $i=1, \dots, n$ 및 $\text{diag}(\Sigma)=\text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_{n+1})$ 이 된다.

[0079]

또한, 본 발명에서는 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 선형회귀분석(Linear Regression Model)을 위해 정확모델(Exact Models, EM)과 예측모델(Prediction Models, PM)이라는 두 가지의 분석모델을 사용하게 된다. 이와 같은 분석모델들은 파라미터의 계산을 위해 상술한 최소제곱법에 적용될 것이다.

[0080]

먼저 정확모델(Exact Models, EM)을 설명하면, 도 3은 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 운동학적 모델을 나타낸 개념도로서, 본 발명에서 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇은 회동조인트를 통해 연결되는 앞쪽의 링크 1과 뒤쪽의 링크 2를 구비한다. 또한, 상기 링크 1의 전단부 및 링크 2의 후단부에는 로봇의 이동을 위한 바퀴(Wheel)가 결합되어 로봇의 이동은 논홀로노미(non-holonomy) 구속을 받는다.

[0081]

도 4는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정방법을 나타낸 순서도로서, 조인트를 통해 연결된 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇의 파라미터 보정 시스템을 통해 수행되는 파라미터 보정방법을 나타내고 있다.

[0082]

먼저, 첫 번째 단계(S110)에서는 논홀로노믹 구속이 이루어진 상태의 상기 로봇에게 임의의 경로로 이동을 지시하는 곡률명령을 입력한다. 구체적으로 상기 곡률명령이란 실험에서 경로(path)의 곡률(curvature) 데이터를 얻기 위해 로봇이 임의의 경로를 움직이도록 경로를 명령하는 것을 의미한다.

[0083]

두 번째 단계(S120)에서는 상기 로봇의 실제 이동에 의해 측정된 곡률(κ_m)과, 연결된 링크의 사이 각도인 조인트 앵글을 측정한다. 이때, 도 3에서와 나타난 와 같이 상기 조인트앵글은 상기 로봇의 이동에 따라 측정된 곡

물(κ_m)에 대한 순간회전중심과 연결된 링크의 양끝을 연결한 두 직선의 사이 각도와 기하학적으로 같은 값이 된다.

[0084] 이때 곡률은 로봇의 속도(회전, 선형)를 측정하여 계산하거나, GPS 등과 같은 위치센서를 사용하여 측정가능하며, 조인트 앵글의 경우 로봇의 링크 부분에 각도 측정을 위한 센서를 부착하여 측정할 수 있다.

[0085] 일례로 설명하면 측정센서와 컴퓨터 등의 수단을 이용하여 상기 로봇이 지정된 곡률 명령에 따라 이동시 발생하는 순간회전중심(Instantaneous Center of Rotation, ICR)을 산출하여 0로 지정하고, 링크 1의 전단부 및 링크 2의 후단부를 각각 C_1 및 C_2 로 지정하면, 직선 OC_1 과 링크 2의 연장선이 만나는 점 Q 를 통해 두 개의 삼각형 OQC_2 , 및 QC_1P 의 기하학적인 구성을 산출하게 된다.

[0086] 이때 상기 순간회전중심 0, 두 개의 삼각형 OQC_2 , 및 QC_1P , 조인트 앵글 Ψ 는 로봇의 파라미터 및 경로의 곡률과 연관성을 갖게 된다.

수학식 22

$$\sin\Psi = \frac{\text{직선 } C_2Q}{\text{직선 } OQ} = \frac{L_2 + L_1 \sec\Psi}{R + L_1 \tan\Psi}$$

[0087]

[0088] (L_1 : 링크 1의 길이, L_2 : 링크 2의 길이)

[0089] 여기서 R 은 링크 1의 전단부에 결합된 바퀴의 중심에 대한 경로 곡률의 반경이며, '곡률(κ)=1/경로의 곡률반경(R)'을 적용하면, 상기 [수학식 22]는 다음과 같이 표현될 수 있다.

수학식 23

$$\sin\Psi - \kappa(L_2 + L_1 \cos\Psi) = 0$$

[0090]

[0091] 상기 [수학식 23]에서 변수 및 미확인 파라미터(unknown parameters)는 다음의 [표 1]에서 선택될 수 있으며, 이를 통해 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇에 최소제곱법을 적용하기 위한 세 가지의 선형 정확모델(EM1, EM2, EM3)이 수립된다.

표 1

Model	β	y_i	$\eta_{i,1}$	$\eta_{i,2}$
EM1	$[L_1, L_2]$	$\sin\Psi_i$	$\kappa_i \cos\Psi_i$	κ_i
EM2	$[1/L_1, L_2/L_1]$	$\kappa_i \cos\Psi_i$	$\sin\Psi_i$	$-\kappa_i$
EM3	$[1/L_2, L_1/L_2]$	κ_i	$\sin\Psi_i$	$-\kappa_i \cos\Psi_i$

[0092]

[0093] 본 발명에서 상기 [수학식 23]에 [표1]의 변수 및 파라미터를 적용함으로써 다음과 같은 세 가지의 선형 정확모델(EM1, EM2, EM3)을 정의한다.

수학식 24

$$\sin\Psi = \kappa \cos\Psi L_1 + \kappa L_2$$

[0094]

$$\kappa \cos \Psi = \sin \Psi \left(\frac{1}{L_1} - \kappa \frac{L_2}{L_1} \right) \quad (\text{이하, "EM2"라 칭함})$$

$$\kappa = \sin \Psi \left(\frac{1}{L_2} \right) - \kappa \cos \Psi \left(\frac{L_1}{L_2} \right) \quad (\text{이하, "EM3"라 칭함})$$

다음으로 예측모델(Prediction Models, PM)을 설명한다.

먼저, 도 3에서 두 개의 삼각형 OC1P, OC2P 를 통해 $R^2 + L_1 < L_2^2$ 가 됨에 따라, 곡률 구속은 다음과 같이 결정된다.

수학식 25

$$\kappa^2 = \frac{1}{R^2} < \frac{1}{L_2^2 - L_1^2}$$

이와 같은 구속은 곡률이 한정된 수치에 의해 제약되고 있음을 보여주고 있으며, 실제로 두 개의 링크를 갖는 논홀로노믹 로봇 시스템에서는 $L_2 > L_1$ 가 된다. 또한, 조인트 앵글은 [수학식 23] 및 [수학식 25]에서와 같이 물리적으로 제약된다.

본 발명에서는 물리적인 로봇의 간접작용을 고려하여 $|\Psi| < 0.785 \text{ rad}(=45 \text{ deg.})$ 로 선택하였으며, 결과로 일반성의 손실이 없는 작은 조인트 앵글 양상을 띄게 되었다.

작은 조인트 앵글의 양상과 $\alpha = L_1 + L_2$ 가 됨에 따라 다음과 같이 상기 [수학식 23]을 Ψ 에 대하여 선형화할 수 있다.

수학식 26

$$\Psi = \alpha \kappa$$

이와 같은 모델은 조합된 파라미터 $L_1 + L_2$ 의 계산에 의해 입력과 출력의 연관성을 예측하는데 사용되므로 본 발명에서는 PM1 (예측모델 1)이라 칭한다. 그러나 PM1은 L_1 과 L_2 각각을 직접적으로 계산하는데 적용할 수 없다.

도 5는 본 발명에서의 정확모델과 예측모델을 비교한 그래프로서, 도 5(a) 및 도 5(b)는 $L_1=1.23\text{m}$, $L_2=2.48\text{m}$, $|\Psi| < 0.785 \text{ rad}(=45^\circ)$, $|\kappa| \leq 0.2\text{m}^{-1}$ 의 실제 모델 파라미터의 값들과 물리적 제약이 주어진 PM과 EM을 비교한 조인트 앵글의 작은 각도 양상으로부터의 곡률과 조인트 앵글 에러를 각각 나타내고 있다.

이와 같은 결과는 일반성을 잃지 않고 [수학식 23] 또는 [수학식 24]의 EM을 예측하는데 사용할 수 있는 [수학식 26]의 PM1과 같은 물리적 시스템을 고려시 에러가 충분히 작음을 확인해 준다.

노이즈를 고려하지 않는 상황에서 사용 가능한 EM과는 반대로, PM 및 최소제곱법의 조합은 센서 노이즈의 존재하는 상황에서 사용 가능하다.

또한, 단순히 일정한 센서 노이즈 또는 오프셋 b 를 가정하였을 때, 측정된 곡률 κ_m 과 조인트 앵글 Ψ_m 은 다음과

같이 직선의 [수학식 3]과 동일한 PM2(예측모델 2)로 표현된다.

수학식 27

$$\Psi_m = a \kappa_m + b$$

[0109]

[0110]

상기 [수학식 27]에서 기울기(slope) a 와, y-절편(y-intercept) b 는 최소제곱법을 통해 쉽게 계산될 수 있다. 예측모델들은 작은 조인트 앵글이 주어진 모델 파라미터보다 입력과 출력의 관계를 찾는 데 활용될 수 있다.

[0111]

최소제곱법 적용을 위한 예측모델(Prediction Models, PM)에서의 파라미터 및 변수는 다음의 [표 2]와 같이 요약된다.

표 2

[0112]

Model	β	y_i	x_i
PM2	[a , b]	Ψ_i	κ_i
PM1	[a]	Ψ_i	κ_i

[0113]

본 발명의 세 번째 단계(S130)에서는 상기 규격정보와, 순간회전중심과, 조인트 앵글 및 상기 로봇의 실제 이동에 의해 측정된 곡률(κ_m)을 이용하되, 상기 조인트 앵글과 곡률과의 관계를 나타낸 방정식인 예측모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 상기 예측모델의 파라미터를 계산한다.

[0114]

이때, 이때 상기 최소제곱법은, 피팅에러를 출력에러로 적용하는 최소제곱법(OLS1)과, 피팅에러를 입력에러로 적용하는 최소제곱법(OLS2)과, 피팅에러를 $\sqrt{(\text{입력에러})^2 + (\text{출력에러})^2}$ 로 적용하는 최소제곱법(TLS) 중에서 선택될 수 있다.

[0115]

또한, 상기 예측모델은, PM1: $\Psi_m = a \kappa_m$ 또는 PM2: $\Psi_m = a \kappa_m + b$; (Ψ_m : 측정된 조인트 앵글, κ_m : 측정된 곡률, a 및 b : 예측모델의 파라미터)로 표현되는 두 가지 모델 중에서 선택될 수 있다.

[0116]

네 번째 단계(S140)에서는 상기 파라미터가 적용된 예측모델에 측정된 곡률 및 조인트 앵글을 대입하여 조인트 앵글 및 곡률에 대한 예측데이터를 각각 산출한다.

[0117]

즉 상기 세 번째 단계(S130)에서 예측모델로서 PM1을 선택할 경우 파라미터 a 를 얻을 수 있고, PM2를 선택할 경우 파라미터 a 및 b 를 얻을 수 있게 되며, 이후 상기 즉 상기 세 번째 단계(S130)에서 선택한 예측모델을 그대로 적용하되 산출된 파라미터 값을 넣은 상태에서 측정된 데이터 Ψ_m, κ_m 를 각각 넣음으로 예측데이터 Ψ_p, κ_p 를 얻게 된다.

[0118]

마지막으로 다섯 번째 단계(S150)에서는 상기 예측데이터를 이용하되, 상기 조인트 앵글과 곡률과 각 링크의 길이에 대한 관계를 나타낸 방정식인 정확모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 각 링크의 길이에 대한 보정치를 산출한다.

[0119]

이때에도, 상기 최소제곱법은, 피팅에러를 출력에러로 적용하는 최소제곱법(OLS1)과, 피팅에러를 입력에러로 적용하는 최소제곱법(OLS2)과, 피팅에러를 $\sqrt{(\text{입력에러})^2 + (\text{출력에러})^2}$ 로 적용하는 최소제곱법(TLS) 중에서 선택될 수 있다.

[0120] 또한, 상기 정확모델은 EM1: $\sin\Psi = \kappa \cos\Psi L_1 + \kappa L_2$, EM2:

$$\kappa \cos\Psi = \sin\Psi \left(\frac{1}{L_1} - \kappa \frac{L_2}{L_1} \right), \quad \kappa = \sin\Psi \left(\frac{1}{L_2} \right) - \kappa \cos\Psi \left(\frac{L_1}{L_2} \right); \quad (\kappa: \text{곡률},$$

EM3: $\kappa \cos\Psi = \sin\Psi \left(\frac{1}{L_1} - \kappa \frac{L_2}{L_1} \right)$; (κ : 곡률, Ψ : 조인트 앵글, L_1 : 첫 번째 링크의 길이, L_2 : 두 번째 링크의 길이)로 표현되는 세 가지 모델 중에서 선택될 수 있다.

[0121] 본 발명에서는 상술한 최소제곱법과 파라미터의 계산을 위한 선형모델을 조합하여, 정확모델 기반의 최소제곱법 (Exact Model-based Least Squares, 이하 "EMLS"라 칭함), 예측모델 기반의 최소제곱법 (Prediction Model-based Least Squares, 이하, "PMLS"라 칭함), 상기 EMLS 및 PMLS를 조합한 복합최소제곱법 (Combined Least Squares, 이하 "CLS"라 칭함)의 세 가지 산출법을 소개한다.

[0122] 상기 EMLS에서는 OLS1 또는 TLS 두 가지의 최소제곱법과 EM1, EM2, EM3 세 가지의 정확모델들을 통한 여섯 가지의 조합을 통해 모델 파라미터 L_1 및 L_2 의 계산이 가능하다.

[0123] 또한, 상기 PMLS에서는 OLS1 또는 OLS2 또는 TLS 세 가지의 최소제곱법과 PM1, PM2 두 가지의 예측모델들을 통한 여섯 가지의 조합을 통해 입력과 출력의 관계를 예측할 수 있다.

[0124] 도 6은 본 발명에서의 최소제곱법과 모델들에 대한 조합을 나타낸 개념도로서, 상기 EMLS 및 PMLS의 조합관계를 도시하고 있다.

[0125] 이 경우 각각 여섯 가지의 EMLS 및 PMLS를 통해 총 36가지의 조합이 가능하나, 본 발명에서는 실질적으로 다음의 표와 같은 24가지의 조합으로 감축시키게 된다.

표 3

	LS(PM)+2nd LS(EM)		LS(PM)+LS(EM)
M1	OLS1(PM2)+OLS1(EM1)	M13	OLS1(PM1)+OLS1(EM1)
M2	OLS1(PM2)+OLS1(EM2)	M14	OLS1(PM1)+OLS1(EM2)
M3	OLS1(PM2)+OLS1(EM3)	M15	OLS1(PM1)+OLS1(EM3)
M4	OLS1(PM2)+TLS(EM1, 2, 3)	M16	OLS1(PM1)+TLS(EM1, 2, 3)
M5	OLS2(PM2)+OLS1(EM1)	M17	OLS2(PM1)+OLS1(EM1)
M6	OLS2(PM2)+OLS1(EM2)	M18	OLS2(PM1)+OLS1(EM2)
M7	OLS2(PM2)+OLS1(EM3)	M19	OLS2(PM1)+OLS1(EM3)
M8	OLS2(PM2)+TLS(EM1, 2, 3)	M20	OLS2(PM1)+TLS(EM1, 2, 3)
M9	TLS(PM2)+OLS1(EM1)	M21	TLS(PM1)+OLS1(EM1)
M10	TLS(PM2)+OLS1(EM2)	M22	TLS(PM1)+OLS1(EM2)
M11	TLS(PM2)+OLS1(EM3)	M23	TLS(PM1)+OLS1(EM3)
M12	TLS(PM2)+TLS(EM1, 2, 3)	M24	TLS(PM1)+TLS(EM1, 2, 3)

[0127] 도 7은 세 가지 타입의 곡률 명령들의 일례를 나타낸 그래프로서, $\kappa = M \sin(0.1t)$ 를 갖는 하모닉 곡률(H), $\kappa = M \tanh(0.1t)$ 를 갖는 곡선 곡률(C), $\kappa = M(0.1t / \pi - 1)$ 선형 곡률(L)의 세 가지의 다른 타입의 곡률명령을 보여주고 있으며 M은 곡률 상수이다. 이 경우 곡률은 로봇의 물리적 구속을 고려하여 $|\kappa| \leq 0.2m^{-1}$ 로 제약된다.

[0128] 로봇에 바람직한 곡률명령을 적용함으로써 이상적인 곡률과 조인트 앵글을 시뮬레이션하게 되며, 센서 측정값들은 파라미터를 계산 또는 보정하는 EMLS, PMLS, CLS를 위한 실측 데이터로 사용된다.

[0129] 또한, 각 모델의 파라미터와 입/출력 변수들은 [표 1] 및 [표 2]를 통해 설명되어 있는 값을 사용하게 된다.

[0130] 실제 2-링크 논홀로노믹 로봇 시스템의 실제적인 센서 측정을 시뮬레이션하기 위해 가우시안 센서 노이즈 (Gaussian sensor noises)를 사용하게 되며, 센서 노이즈의 진폭은 실제주행거리 측정과 각도위치 센서를 고려하여 0.03으로 선택된다.

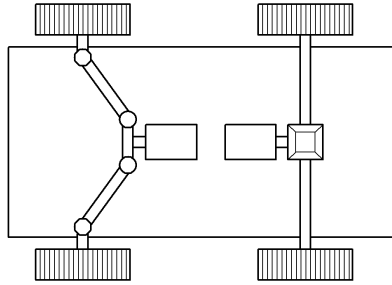
[0131] 또한, 가우스 센서 노이즈가 적용되는 각 실제적인 시나리오를 위해 보다 정확한 계산결과를 얻도록 파라미터의

계산을 10회 반복하게 되며, 상술한 최소제곱법 계산법에서 조건수 또는 민감도를 비교하는 특이값이 사용된다.

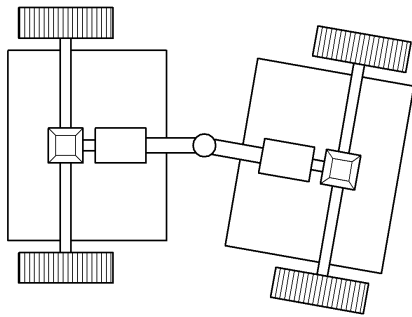
- [0132] 이하의 계산차트에서 시뮬레이션 시간은 63초, $L_1=1.25m$, $L_2=2.48m$ 의 값이 동일하게 적용되었다.
- [0133] 도 8은 세 가지 다른 곡률명령과 이상적인 센서측정값들을 가정한 EMLS 계산을 나타낸 차트, 도 9는 세 가지 다른 곡률명령을 적용한 실제적 센서 측정값들을 위한 EMLS의 에러 계산을 나타낸 차트로서, 모든 EMLS 방법들은 이상적인 곡률과 조인트앵글 데이터가 주어졌을 때 정확하게 모델 파라미터를 계산할 수 있음을 나타내고 있다. 하지만, 곡률 또는 조인트 앵글의 변화에 상당히 민감하고, 조건수가 높아지므로 EMLS 방법은 센서 노이즈가 존재하는 실제 시스템에는 직접적인 적용이 어렵다.
- [0134] 도 10은 세 가지 다른 곡률명령을 적용하고 센서 노이즈가 없는 것을 가정한 PM2를 이용한 PMLS의 계산을 나타낸 차트, 도 11은 세 가지 다른 곡률명령을 적용하고 센서 노이즈가 없는 것을 가정한 PM1을 이용한 PMLS의 계산을 나타낸 차트로서, PMLS에서는 조건수와 특이값이 상대적으로 작기 때문에 양호한 결과를 나타내고 있다.
- [0135] 도 12는 세 가지 다른 곡률명령을 적용한 실제적 센서 측정값들을 반영한 PM2를 이용한 PMLS의 계산을 나타낸 차트, 도 13은 세 가지 다른 곡률명령을 적용한 실제적 센서 측정값들을 반영한 PM1을 이용한 PMLS의 계산을 나타낸 차트로서, 가우시안 노이즈가 적용된 실제적 센서 측정값들을 반영한 것으로, 도 11 내지 도 12에서와 비슷한 결과를 나타내고 있다.
- [0136] 도 14는 하모닉 곡률에서의 실제적인 센서측정결과를 반영한 CLS의 에러를 나타낸 그래프, 도 15는 곡선 곡률에서의 실제적인 센서측정결과를 반영한 CLS의 에러를 나타낸 그래프, 도 16은 선형 곡률에서의 실제적인 센서측정결과를 반영한 CLS의 에러를 나타낸 그래프로서, $M=0.1$ 의 값을 갖는 상술한 세 가지의 다른 곡률명령을 적용하였을 때 24가지의 CLS 각각의 에러를 나타내고 있다.
- [0137] 이와 같은 결과는 CLS의 정확도가 PMLS와 EMLS가 어떤 조합에 의해 이루어지느냐에 따라 달라지고 있음을 보여주고 있으며, 상기 예측모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 상기 예측모델의 파라미터를 계산하는 단계는 OLS2와 PM1의 조합 또는 TLS와 PM1의 조합으로 이루어진 예측모델을 기초로 한 최소제곱법 중에서 선택되는 것이 바람직하다.
- [0138] 또한, M17 내지 M24의 방법이 최상의 결과를 나타내고 있으므로 상기 정확모델을 기초로 한 최소제곱법을 통해 각 링크의 길이에 대한 보정치를 산출하는 단계는 OLS1과 EM1의 조합과, OLS1과 EM2의 조합과, OLS1과 EM3의 조합과, TLS와 EM1과 EM2와 EM3의 조합 중 선택되는 조합으로 이루어진 정확모델을 기초로 한 최소제곱법 중에서 선택되는 것이 바람직하다.
- [0139] 이러한 본 발명은 상술한 실시예에 한정되는 것은 아니며, 본 발명이 속하는 기술 분야에서 통상의 지식을 갖는 자에 의해 본 발명의 기술사상과 아래에 기재될 특허청구 범위의 균등범위 내에서 다양한 수정 및 변형이 이루어질 수 있음을 밝혀둔다.

도면

도면1

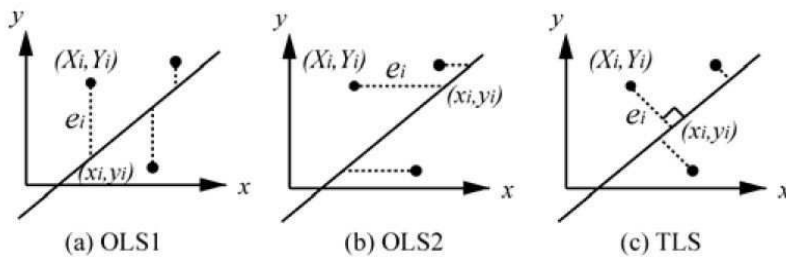


(a)

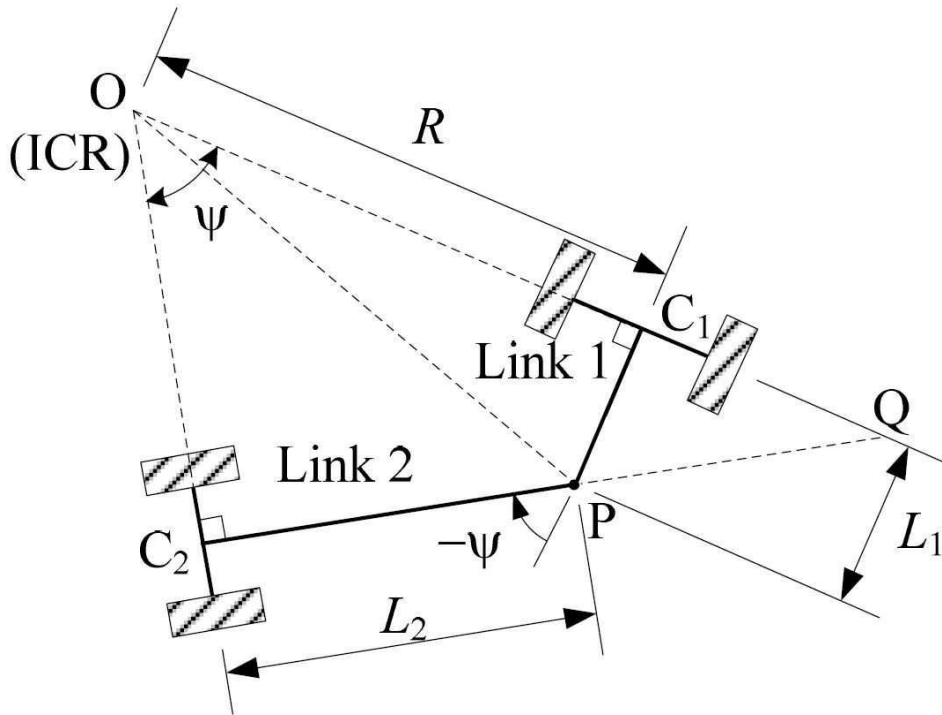


(b)

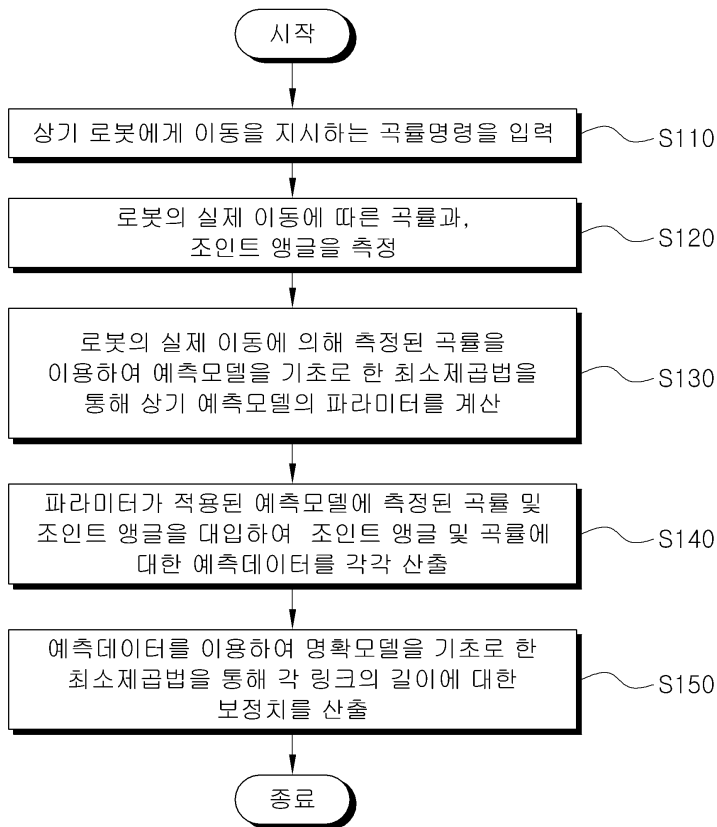
도면2



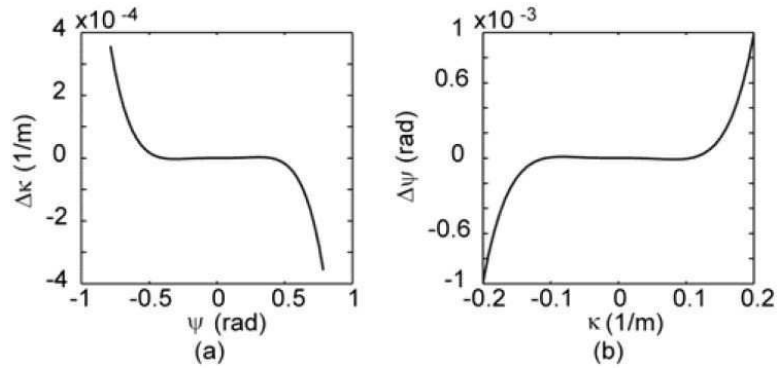
도면3



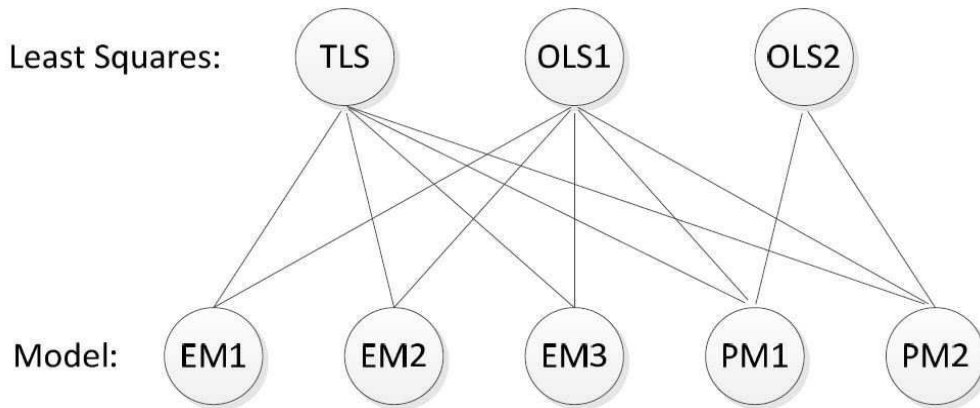
도면4



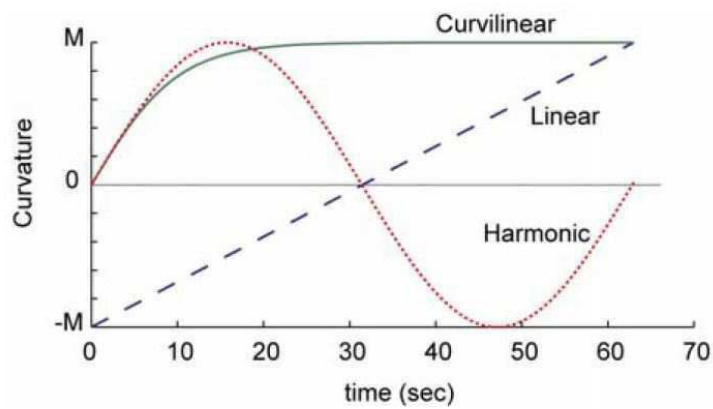
도면5



도면6



도면7



도면8

Curvature	Least Squares (Model)	$[\Delta\bar{L}_1, \Delta\bar{L}_2]$	Condition Number	
			$M=0.2$	$M=0.1$
H	OLS1(EM1)	0, 0	24.91	110.8
H	OLS1(EM2)	0, 0	159.3	673.7
H	OLS1(EM3)	0, 0	78.07	337.3
H	TLS(EM1)	0, 0	16.2	134.0
H	TLS(EM2)	0, 0	29.3	236.4
H	TLS(EM3)	0, 0	7.35	59.86
C	OLS1(EM1)	0, 0	41.03	188.2
C	OLS1(EM2)	0, 0	266.3	1150
C	OLS1(EM3)	0, 0	129.6	574.5
C	TLS(EM1)	0, 0	21.0	176.3
C	TLS(EM2)	0, 0	38.4	311.7
C	TLS(EM3)	0, 0	9.58	78.9
L	OLS1(EM1)	0, 0	24.5	106.4
L	OLS1(EM2)	0, 0	154.6	644.4
L	OLS1(EM3)	0, 0	76.2	323.0
L	TLS(EM1)	0, 0	19.1	156.2
L	TLS(EM2)	0, 0	34.3	275.0
L	TLS(EM3)	0, 0	8.62	69.7

도면9

Curvature	Least Squares (Model)	$Norm(\Delta\bar{L}_1, \Delta\bar{L}_2)(m)$	
		$M=0.2$	$M=0.1$
H	OLS1(EM1)	1.25	18.18
H	OLS1(EM2)	202.78	257.39
H	OLS1(EM3)	127.17	229.24
H	TLS(EM1,2,3)	36.74	244.89
C	OLS1(EM1)	1.16	16.37
C	OLS1(EM2)	126.47	424.86
C	OLS1(EM3)	77.86	371.56
C	TLS(EM1,2,3)	67.56	366.21
L	OLS1(EM1)	1.59	21.72
L	OLS1(EM2)	926.29	278.88
L	OLS1(EM3)	595.57	253.69
L	TLS(EM1,2,3)	42.73	251.44

도면10

Curvature	Least squares (Model)						Prediction Model						Combined LS based on Prediction and Exact Models		
	Slope, a (m)		Intercept, b		Condition Number		Slope, a (m)		Intercept, b		Condition Number		Estimation error (%), $[\Delta L_1, \Delta L_2]$		
	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$
H	OLSI(PM2)	3.733	3.730	-2.02x10 ⁻⁸	5.13x10 ⁻⁸	7.09	14.2	1.9,-0.8	0.04,-0.02						
H	OLS2(PM2)	3.733	3.730	-2.02x10 ⁻⁸	5.13x10 ⁻⁸	1.90	3.80	1.9,-0.8	0.04,-0.02						
H	TLS(PM2)	3.733	3.730	-2.02x10 ⁻⁸	5.13x10 ⁻⁸	1.09	2.18	1.9,-0.8	0.04,-0.02						
C	OLSI(PM2)	3.737	3.730	-5.35x10 ⁻⁴	-1.33x10 ⁻⁶	23.1	45.2	1.2,-0.5	0.09,-0.04						
C	OLS2(PM2)	3.737	3.730	-5.36x10 ⁻⁴	-1.33x10 ⁻⁶	8.69	13.4	1.2,-0.5	0.09,-0.04						
C	TLS(PM2)	3.737	3.730	-5.36x10 ⁻⁴	-1.33x10 ⁻⁶	3.51	6.92	1.2,-0.5	0.09,-0.04						
L	OLSI(PM2)	3.732	3.730	1.38x10 ⁻¹²	8.29x10 ⁻¹³	8.65	17.3	1.6,-0.7	-0.02,0.01						
L	OLS2(PM2)	3.732	3.730	1.38x10 ⁻¹²	8.29x10 ⁻¹³	2.32	4.64	1.6,-0.7	-0.02,0.01						
L	TLS(PM2)	3.732	3.730	1.38x10 ⁻¹²	8.29x10 ⁻¹³	1.33	2.66	1.6,-0.7	-0.02,0.01						

도면11

Curvature	Least Squares (Model)						Prediction Model						Combined LS based on Prediction and Exact Models	
	Slope, $a(m)$		Singular value, μ_1		Condition Number		Slope, $a(m)$		Singular value, μ_1		Condition Number		Estimation error (%), $[\Delta L_1, \Delta L_2]$	
	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$
H	OLSI(PM1)	3.733	3.730	3.54	1.77	-	-	-	-	-	-	-	1.9,-0.8	0.04,-0.02
H	OLS2(PM1)	3.733	3.730	13.22	6.61	-	-	-	-	-	-	-	1.9,-0.8	0.04,-0.02
H	TLS(PM1)	3.733	3.730	-	-	1.09	2.18	-	-	-	-	-	1.9,-0.8	0.04,-0.02
C	OLSI(PM1)	3.734	3.730	4.60	2.30	-	-	-	-	-	-	-	2.3,-0.9	0.11,-0.05
C	OLS2(PM1)	3.734	3.730	17.19	8.58	-	-	-	-	-	-	-	2.3,-0.9	0.11,-0.05
C	TLS(PM1)	3.734	3.730	-	-	0.84	1.68	-	-	-	-	-	2.3,-0.9	0.11,-0.05
L	OLSI(PM1)	3.732	3.730	2.90	1.45	1	-	-	-	-	-	-	1.6,-0.7	-0.02,0.01
L	OLS2(PM1)	3.732	3.730	10.83	5.41	1	-	-	-	-	-	-	1.6,-0.7	-0.02,0.01
L	TLS(PM1)	3.732	3.730	-	-	1.33	2.66	-	-	-	-	-	1.6,-0.7	-0.02,0.01

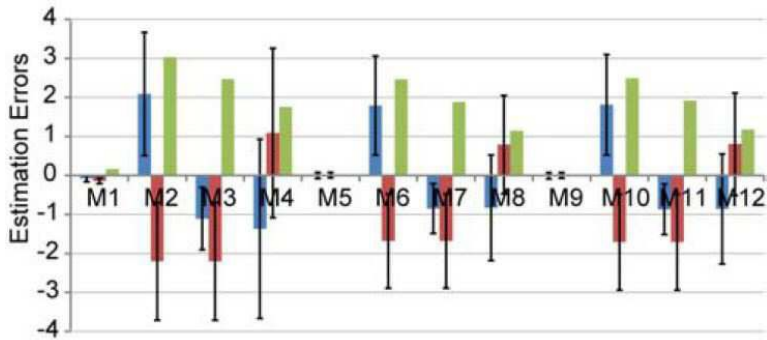
도면12

Curvature	Least Squares (Model)	Slope: $a \pm \sigma_a (m)$			Intercept: $b \pm \sigma_b$			Condition Number (CN): $CN \pm \sigma_{CN}$		
		$M=0.2$		$M=0.1$	$M=0.2$		$M=0.1$	$M=0.2$		$M=0.1$
H	OLS1(PM2)	3.68±0.01	3.53±0.04	1.71x10 ⁻³ ±2.24x10 ⁻³	-6.04x10 ⁻⁵ ±2.53x10 ⁻³	7.04±0.03	15.74±0.79			
H	OLS2(PM2)	3.74±0.02	3.76±0.05	1.73x10 ⁻³ ±2.27x10 ⁻³	-5.02x10 ⁻⁵ ±2.68x10 ⁻³	1.90±0.00	14.74±3.87			
H	TLS(PM2)	3.74±0.02	3.75±0.05	1.73x10 ⁻³ ±2.27x10 ⁻³	-5.09x10 ⁻⁵ ±2.67x10 ⁻³	1.09±0.01	2.21±0.05			
C	OLS1(PM2)	3.24±0.06	2.33±0.03	8.93x10 ⁻² ±1.00x10 ⁻²	1.24x10 ⁻¹ ±2.51x10 ⁻³	21.45±0.30	22.62±4.73			
C	OLS2(PM2)	3.76±0.06	3.86±0.12	-3.37x10 ⁻³ ±1.02x10 ⁻²	-1.13x10 ⁻² ±1.11x10 ⁻²	8.64±0.04	20.31±2.57			
C	TLS(PM2)	3.72±0.06	3.70±0.11	3.76x10 ⁻³ ±1.04x10 ⁻²	2.72x10 ⁻³ ±1.05x10 ⁻²	1.10±0.08	2.27±1.87			
L	OLS1(PM2)	3.64±0.01	2.42±0.03	-5.23x10 ⁻⁴ ±2.87x10 ⁻³	1.77x10 ⁻³ ±2.01x10 ⁻³	8.53±0.03	16.56±0.18			
L	OLS2(PM2)	3.73±0.01	3.76±0.04	-5.32x10 ⁻⁴ ±2.94x10 ⁻³	1.95x10 ⁻³ ±2.17x10 ⁻³	2.32±0.00	4.62±0.01			
L	TLS(PM2)	3.72±0.01	3.73±0.04	-5.32x10 ⁻⁴ ±2.94x10 ⁻³	1.94x10 ⁻³ ±2.16x10 ⁻³	1.33±0.01	2.68±0.06			

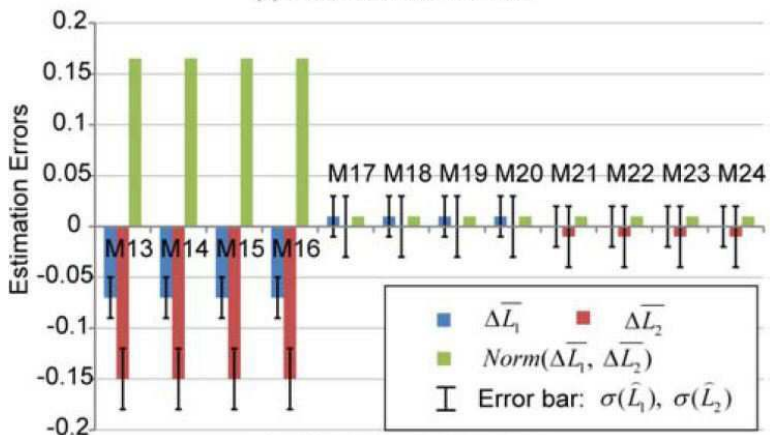
도면13

Curvature	Least Squares (Model)	Slope: $a \pm \sigma_a (m)$		Singular value, $\mu \pm \sigma_{\mu}$		Cond. No.: $CN \pm \sigma_{CN}$	
		$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$	$M=0.2$	$M=0.1$
		H	OLS1(PMI)	3.68±0.01	3.52±0.04	3.57±0.01	1.82±0.02
H	OLS2(PMI)	3.74±0.02	3.75±0.04	13.24±0.01	6.62±0.01	-	-
H	TLS(PMI)	3.74±0.02	3.73±0.04	-	-	1.09±0.01	2.19±0.05
C	OLS1(PMI)	3.71±0.02	3.59±0.03	4.62±0.02	2.35±0.02	-	-
C	OLS2(PMI)	3.74±0.02	3.73±0.03	17.20±0.01	8.59±0.02	-	-
C	TLS(PMI)	3.74±0.02	3.72±0.03	-	-	0.84±0.01	1.67±0.03
L	OLS1(PMI)	3.64±0.01	3.42±0.03	2.94±0.01	1.52±0.02	-	-
L	OLS2(PMI)	3.73±0.01	3.76±0.04	10.84±0.01	5.43±0.01	-	-
L	TLS(PMI)	3.72±0.01	3.73±0.04	-	-	1.33±0.01	2.68±0.06

도면14

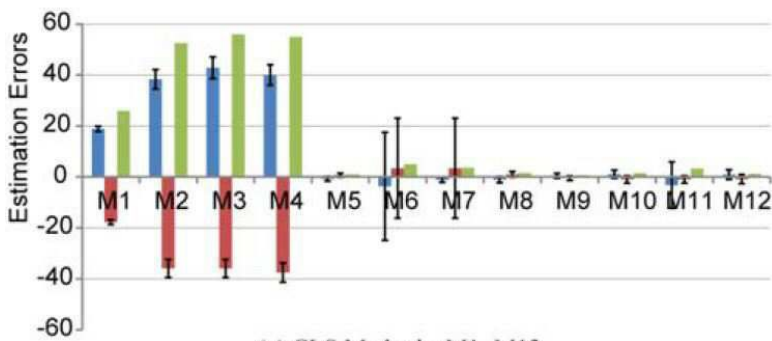


(a) CLS Methods: M1~M12

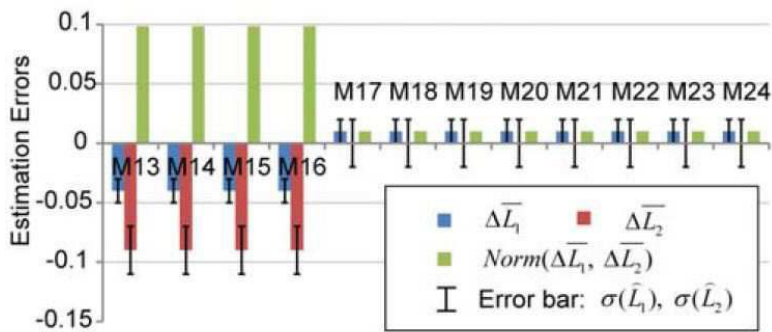


(b) CLS Methods: M13~M24

도면15



(a) CLS Methods: M1~M12



(b) CLS Methods: M13~M24

도면16

